

Forth International Information Exchange Forum on
"SAFETY ANALYSIS FOR NPPs OF VVER AND RBMK TYPE"
11-15 October 1999, Obninsk, Russian Federation

Analytical model for estimation of friction and heat transfer in two-phase flow with saddle-shape void fraction profile

Y. Kornienko, SSC-RF, Institute of Physics and Power Engineering

Often, the two-phase flow models used in the accident analysis are one-dimensional ones. They are provided with the numerous empirical correlations. These models don't take into account of the real three dimensional flow structure. Therefore, it is not possible take into consideration the most of important physical phenomena. One of the practical importance examples of such flow is the two-phase flow with the saddle-shape void fraction profile.

Our analytical model derivation is based on three dimensional two-fluid formulation of the substance conservation laws (by M.Ishii). On the example of circular tube the solutions obtained for local wall peak void fraction, friction factor and heat transfer coefficient point out the importance of the correct two-phase flow turbulence modeling in transversal and azimuthal directions. These solutions intimately relate the local void fraction profiles with axial friction factor, interface lift forces and radial pressure distributions in the fluid.

The analytical relationships derived are used for appraisal of wall peak void fraction, friction factor, and heat transfer coefficient in the characteristic point of bubble detachment for flows with saddle-shape void fraction and subcooled boiling. The method suggested here provides an analytical description of the mechanisms of abnormal increase in friction and heat transfer coefficients in the conditions with predominantly wall region concentration of vapor (gas) phase at low forced flow rates.

Analytical relationships derived can be used for calculation of the subcooled boiling local void fraction profiles and for estimation of the anomalous wall friction and heat transfer values in the two-phase flows with the saddle-shape void fraction profiles. Besides, analytical integral forms derived is useful for developing of the improved wall friction and heat transfer closure relationships for the such "best estimate" codes as RELAP5, TRAC (USA) and TRAP (RUSSIA).

**Аналитическая модель для оценок трения и теплообмена
в двухфазных потоках с седлообразным профилем паро/газосодержания.**

Ю.Н.Корниенко, ГНЦ РФ - ФЭИ

Введение

Для анализа механизмов распределения фаз, а также локальных и интегральных характеристик трения и теплообмена необходимо вывести модель соответствующих физических явлений. В данной работе основное внимание уделяется построению модели вертикального двумерного двухфазного течения для оценки влияния профиля газосодержания на трение для случая полностью развитого турбулентного двухфазного течения в канале постоянного сечения.

Используются два фундаментальных допущения, касающиеся турбулентных напряжений, а именно: (1) флуктуациями скорости газа управляют флуктуации скорости в жидкости, и (2) напряжения Рейнольдса жидкости адекватно моделируются на основе теории пути смешения.

1. Осредненные уравнения движения

Вероятно, самый практический метод для многомерных двухфазных потоков основывается на осреднении по времени локальных мгновенных значений переменных [1]. Тогда, уравнения сохранения количества движения (символы осреднения опущены) без учета вторичных течений для каждой из фаз в координатном представлении [1] имеют вид

$$-\alpha \frac{\partial P}{\partial z} - \alpha \rho_g g + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [\alpha r \tau_{gzz}] + M_{gz} = 0, \quad (1)$$

$$-(1-\alpha) \frac{\partial P}{\partial z} - (1-\alpha) \rho_f g + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [(1-\alpha)r \tau_{fzz}] - M_{gz} = 0, \quad (2)$$

$$-\alpha \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\alpha r \tau_{grr}) - \frac{1}{r} \alpha \tau_{g\theta\theta} + M_{gr} = 0, \quad (3)$$

$$-(1-\alpha) \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [(1-\alpha)r \tau_{frr}] - \frac{1}{r} (1-\alpha) \tau_{f\theta\theta} - M_{gr} = 0, \quad (4)$$

где

необходимые замыкающие соотношения могут быть представлены в виде [2,3]

$$\tau_{gzz} = (\mu_g + \mu_g^T) \frac{du_{gz}}{dr} \quad (5)$$

$$\tau_{fzz} = (\mu_f + \mu_f^T) \frac{du_{fz}}{dr} \quad (6)$$

$$\tau_{frr} = -\rho_f \overline{v_f^2} \quad (7)$$

$$\tau_{f\theta\theta} = -\rho_f \overline{w_f^2} \quad (8)$$

Вязкими напряжениями в нормальном и азимутальном направлениях в газовой фазе пренебрежено. Граничными условиями являются: условия «прилипания» на стенке и условие симметрии на оси канала.

Уравнения (1) - (4) являются исходными для исследований двухфазных турбулентных течений, точнее говоря для расчета осредненных по времени величин, определяющих

движение. Появляющиеся при таком расчете осредненные значения величин, квадратичных относительно пульсаций, можно понимать как компоненты тензора напряжения (7), (8). Необходимо, однако, подчеркнуть, что одно такое толкование само по себе еще не обеспечивает решение задачи. Поскольку уравнения (1) - (4) не могут быть использованы для расчета осредненного движения до тех пор, пока не будет известна связь между пульсациями и осредненным движением, указанная уравнениями (7), (8). Такая связь может быть установлена только на основе эмпирических данных и обобщений, обеспечивающих возможность формулировки необходимых для решения гипотез о переносе турбулентных пульсаций.

Сила сноса на поверхности раздела для сферических пузырьков в направлении нормали к стенке может быть представлена как [3]

$$M_{gr} = A\rho_f \alpha (U_f - U_g) \frac{\partial U_f}{\partial r}. \quad (9)$$

Неравномерный, негомогенный профиль газосодержания с повышенной пристенной концентрацией газовой фазы при пузырьковом течении двухфазного потока является результатом нелинейного взаимодействия радиальной силы сноса пузырьков и индуцируемого турбулентностью радиального распределения давления.

2. Экспериментальное подтверждение

Детальное измерение локальных характеристик двухфазных потоков с помощью электрохимического метода представленное в работе [4] выявило отмеченные выше особенности распределения локального газосодержания и вязких напряжений. Некоторые типичные данные показаны на рис.1, и рис. 2. В этих экспериментах пристенные пики газосодержания наблюдались для пузырьковых ($\beta < 0.3$) режимов течений. Пристенные пики газосодержания приводят в результате к значительной деформации профилей скорости в пристенной зоне и к существенному увеличению вязких напряжений в сравнении с однофазными и гомогенными течениями. Этот эффект аномального увеличения вязких напряжений (вплоть до 9-10 раз) в двухфазном потоке с преимущественно пристенной концентрацией газовой фазы продемонстрирован на рис.2. Там же показано сравнение с расчетами по эмпирической корреляции Арманда. Подобные эффекты имеют место и с явлением теплообмена (см. рис.3 [5]), а именно, присутствие газовых пузырьков существенно интенсифицирует процессы теплопереноса в жидкостном потоке.

3. Вывод основных соотношений

В представленном ниже аналитическом выводе рассматривается аксиально-симметричный стационарный турбулентный двухфазный пузырьковый низкоскоростной поток вдали от входа в канал. Аксиальным изменением импульса и переноса тепла пренебрегается. Дифференциальные уравнения основаны на стандартных приближениях модели пограничного слоя. Для описания конвективного теплопереноса использована аналогия между вязкими напряжениями и конвективным теплообменом, как это хорошо обосновано в работе [6]. В дальнейшем, для условий низких давлений и массовых скоростей теплоносителя можно пренебречь вязкими напряжениями в газовой фазе и тогда после суммирования уравнений (1) и (2) получим уравнение движения в аксиальном направлении

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - [(1-\alpha)\rho_f + \alpha\rho_g]g + \frac{1}{r}\frac{d}{dr}[r\tau_{zr}] = 0. \quad (10)$$

3.1 Влияние немонотонности (в частности, седлообразной формы) профиля истинного объемного газосодержания в рамках одномерного подхода может быть описано с помощью компоненты профиля истинного объемного газосодержания ($KPG - \alpha_R^\psi$) [7] в форме

$$\alpha_R^\psi = \int_0^R \alpha R_s dR - \frac{1}{R^\psi} \int_0^R \alpha R_s dR . \quad (11)$$

В ур.(11) приняты следующие обозначения: $R_s = \Psi R^{\psi-1}$; $\psi=1$ – плоский канал; $\psi=2$ – круглая труба. КПГ является мерой отклонения профиля истинного объемного газосодержания $\alpha(R)=f(R)$ от его равномерной формы распределения $\alpha(R)=constant$. Для равномерной формы распределения газосодержания КПГ равна нулю: $\alpha_R^\psi = 0$.

Соотношение для КПГ возникает в результате интегрирования по поперечному сечению канала уравнения движения с учетом вклада гидростатического члена. Тогда зависимость для профиля безразмерных вязких напряжений представлена в виде

$$\tau^* = R \left(1 \mp \alpha_R^\psi \frac{1 - \rho^*}{\psi Fr_\tau} \right) . \quad (12)$$

Верхний и нижний знаки в правой части ур.(12) используются соответственно для восходящих и нисходящих потоков. Соотношения между числами подобия представлены в ур. (13)

$$Fr_\tau = \frac{\tau_w}{\rho_f g r_w} = \frac{V_\tau^2}{g r_w} = \frac{< V_f >^2}{g r_w} \frac{\lambda}{8} = Fr \frac{\lambda}{8} = \frac{\lambda Re^2}{8 Ar} . \quad (13)$$

Для двухфазного потока в качестве скорости жидкости следует принимать приведенную скорость жидкости. Из ур.(12) видно, что распределение вязких напряжений стремится к обычной линейной зависимости от радиуса, когда $\alpha(R)=constant$ и/или $Fr_\tau \rightarrow \infty$. Простейшая форма КПГ может быть выведена из представления распределения истинного объемного газосодержания в виде кусочно-постоянной функции (см. рис.4) в пристенной зоне и ядре потока [7]. Тогда мы имеем для двухзонного представления КПГ

$$\alpha_{2z}^\psi = \Delta \alpha \begin{cases} 1 - R_q^\psi, & 0 \leq R \leq R_q \\ R_q^\psi (R^{-\psi} - 1), & R_q \leq R \leq 1 \end{cases} . \quad (14)$$

В этой зависимости $\Delta \alpha$ – превышение осредненного пристенного истинного объемного газосодержания над газосодержанием в ядре течения представлено в виде

$$\Delta \alpha = \hat{\alpha}_w - \hat{\alpha}_c = \int_{R_q}^1 \alpha R_s dR / (1 - R_q^\psi) - \int_0^{R_q} \alpha R_s dR / R_q^\psi . \quad (15)$$

Как хорошо известно, интегральные характеристики потока связаны с вязкими напряжениями через определение коэффициента трения. Тогда обобщенное выражение для коэффициента трения в двухфазном потоке записывается в виде

$$\frac{8}{\lambda} = \frac{< (1 - \alpha) \rho_f V_f + \alpha \rho_g V_g >^2}{\tau_w < (1 - \alpha) \rho_f + \alpha \rho_g >} = \frac{< V_f^+ [1 - \alpha (1 - V^* \rho^*)] >^2}{1 - < \alpha > (1 - \rho^*)} , \quad (16)$$

где $V^* = V_g/V_f$. Для низких и умеренных давлений $\rho^* \ll 1$ and $V^* \rho^* \ll 1$, тогда

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{< V_f^+ (1-\alpha) >}{\sqrt{1 - < \alpha >}} \quad (17)$$

Для связи между локальным профилем скорости и распределением вязких напряжений использована модель Сато [8] в следующей безразмерной форме

$$V_f^+ = \text{Re}_\tau \int_0^Y \frac{\tau^*}{(1-\alpha)(1+\nu_a^*)} dY \quad (18)$$

здесь

$$V_f^+ = V_f / V_\tau; \quad V_\tau^2 = \tau_w / \rho_w; \quad \text{Re}_\tau = V_\tau r_w / \nu_f; \quad \tau^* = \tau / \tau_w; \quad Y = y / r_w = 1 - R;$$

где V_f и V_τ - аксиальная скорость и скорость "трения"; $\nu_a^* = \nu_1^* + \nu_2^*$ дополнительная (кажущаяся) вязкость; ν_1^* - турбулентная (вихревая) вязкость (игнорирующая движение пузырьков); ν_2^* - дополнительная вязкость, вызванная собственно возмущающим действием движения пузырьков. Член ν_a^* в круглых скобках ур.(18) может быть охарактеризован как модель, основанная на аддитивном вкладе этой компоненты в кажущуюся вязкость.

После подстановки ур.(18) в ур.(17) с учетом ур.(12) и ур.(13), мы получим для восходящего потока:

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{\text{Re}_\tau}{\sqrt{1 - < \alpha >}} \int_0^1 (1-\alpha) \int_0^Y \frac{R(1-\bar{\alpha}_{2z}^\cup) \frac{1-\rho^*}{\psi F_r} \frac{8}{\lambda}) dY}{(1-\alpha)(1+\nu_a^*)} R_s dR \quad (19)$$

Теперь мы можем принять в качестве референсного (без учета КПГ) коэффициента трения λ_0 следующее соотношение:

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda_0}} = \frac{\text{Re}_\tau}{\sqrt{1 - < \alpha >}} \int_0^1 (1-\alpha) \int_0^Y \frac{(1-Y) dY}{(1-\alpha)(1+\nu_a^*)} R_s dR \quad (20)$$

Если использовать среднеинтегральное значение КПГ, тогда прейдем к квадратному уравнению относительно $\sqrt{8/\lambda}$ со следующим решением для модифицированного коэффициента трения с учетом КПГ:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{4} \left(1 + \sqrt{1 + 4\bar{\alpha}_{2z}^\cup \frac{1-\rho^*}{\psi} \frac{Ar}{\text{Re}_v^2} \frac{8}{\lambda_0}} \right)^2 \quad (21)$$

Интегральная величина КПГ, выраженная через пиковое значение газосодержания для круглой трубы (при $\psi=2$) равна

$$\bar{\alpha}_{2z}^\cup = 2\Delta_b (1 - 2\Delta_b) (0.5\alpha_p - \alpha_c) \quad (22)$$

где $\Delta_b = D_b / D_w$, D_b - диаметр пузырька.

В контексте настоящей модели, в качестве референсного коэффициента трения следует применять такое соотношение, которое не учитывает седлообразный профиль истинного объемного газосодержания. В частности, возможно использование модели Марие [9]. Модель Марие основана на псевдо-решеточном представлении дополнительной турбулентности, обусловленным возмущающим действием движения пузырьков.

3.2 Профили газосодержания. Радиальный градиент давления может быть устранен из уравнений движения (3) и (4) и, если пренебречь в вязких напряжениях членом ($\rho_g/\rho_f \approx 0$), то получим дифференциальное уравнение для распределения истинного объемного газосодержания [3]

$$\frac{d(1-\alpha)}{dr} + F(r)(1-\alpha) = G(r), \quad (23)$$

где функции $F(r)$ $G(r)$ имеют вид

$$F(r) = \frac{1}{v^2} \frac{dv^2}{dr} + \frac{1}{r} \left(1 - \frac{w^2}{v^2} \right), \quad (24) \quad G(r) = A \left(\frac{U_g - U_f}{v^2} \right) \frac{dU_f}{dr}. \quad (25)$$

В пристенной зоне, как показывают эксперименты, пиковое (экстремальное) значение газосодержания наблюдается на расстояниях близких по величине к радиусу пузырьков. То есть, при $r=r_b$ имеем $(\partial\alpha/\partial r)=0$, отсюда

$$\alpha_p = \alpha(r_b) = 1 - \left(A_p - 1 + \frac{F(r_b)}{G(r_b)} \right)^{-1}, \quad (26)$$

где $A_p \approx 1$ – эмпирический поправочный коэффициент, учитывающий распределенности пузырьков по размерам.

Если пренебречь пульсациями в азимутальном направлении (w), при этом радиальные пульсации скорости описывать моделью Прандтля, а для поперечной силы сноса пузырьков использовать ур. (9), то приходим к соотношению

$$\alpha_p = 1 - A_{DL} \left(\frac{r_b}{l_2} \right)^2 \frac{Re_{gf}}{Re'} \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \quad (27)$$

где A_{DL} – коэффициент Drew & Lahey [2], l_2 – длина пути смешения в двухфазном потоке, $Re_{gf} = (U_g - U_f)d_w/v_f$.

Таким образом, из-за взаимной связи между коэффициентом трения ур.(21) и пиковым значением газосодержания в пристенной зоне ур.(27) расчет должен представлять собой итерационную процедуру.

К сожалению, в литературе к настоящему времени отсутствуют в необходимом объеме надежные опытные данные или рекомендации по длине пути смешения, интенсивностям турбулентных пульсаций (или вязких напряжений), локальным величинам трения в двухфазном потоке в зависимости от режимных параметров, газосодержаний и размеров пузырьков. Поэтому всесторонняя проверка предложенной методики в настоящее время невозможна, несмотря на имеющийся прогресс в экспериментальных исследованиях локальных параметров [3, 4, 9, 10]. В каждом из них наиболее подробно исследован и документирован какой-либо один, или два (максимум три) основных параметра. В цитированных работах это, соответственно, коэффициент трения и локальное газосодержание и/ или локальные скорости фаз и интенсивности их турбулентных пульсаций. Тогда как для всесторонней проверки необходимо применение полной информации о локальных и интегральных характеристиках многомерного двухфазного потока.

Применение эмпирических методов для конструирования искомой корреляции для превышения пристенного газосодержания над газосодержанием в ядре потока приводит к

двумерной зависимости $\Delta\alpha=f(Fr,\beta)$ [11] с помощью функций из 2x-параметрического семейства Бэтта-распределений (с использованием метода М.З. Таракко [12]) в форме

$$f(x)=\text{const } x^{C_1} (1-x)^{C_2}, \text{ where } x \in (0,1). \quad (28)$$

Тогда, искомое превышение осредненного пристенного газосодержания $\Delta\alpha$ над газосодержанием в ядре потока как функция параметров Fr и β представима в виде произведения двух классических Бэтта-распределений:

$$\Delta\alpha = e^{a_1} \left(\frac{Fr}{Fr_{\max}} \right)^{a_2} \left(1 - \frac{Fr}{Fr_{\max}} \right)^{a_3} \beta^{a_4} (\beta_{Lim} - \beta)^{a_5}, [\%] \quad (29)$$

где - граничное значение числа Фруда Fr_{\max} (устраняющее аномальный эффект), принимается равным 5.0, при этом β_{Lim} - граничное значение объемного расходного газосодержания было получено с помощью метода [12] для двух случаев. В первом случае, для его описания использовалась линейная функция числа Фруда: $\beta_{Lim}=0.4-0.056Fr$. Во втором случае, использована комбинация линейной и степенной функций: $\beta_{Lim}=0.2-0.028Fr+0.062Fr^{-1/3}$. Коэффициенты для корреляции (29) представлены в таблице.

Таблица . Две системы коэффициентов корреляции (29) для превышения среднего пристенного газосодержания над газосодержанием в ядре течения.

β_{Lim}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Линейная	7.0667	0.9983	1.33915	0.85505	0.51905
Комбинир.	10.5134	1.03508	0.4461	1.08335	2.47936

Графическая иллюстрация 3-х мерной поверхности $\Delta\alpha$ -корреляции (29) показана на рис.5 для обоих случаев.

Литература

- Ishii M., 1975, "Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow", Eyrolles, Paris.
- Drew D.A., Lahey R.T., 1982, "Phase-distribution mechanisms in turbulent low-quality two-phase flow in circular pipe". J. Fluid Mech., Vol. 117, pp.91-106.
- Wang S.K., Lee S.J., Jones O.C., Jr. and Lahey R.T., 1987. "3-D turbulence structure and phase distribution measurements in bubbly two-phase flows". Int. J. of Multiphase Flow, Vol. 13, N3, pp. 327-343.
- Nakoryakov V.E., Kashinsky O.N., Burdakov A.P., Odnorod V.P., 1981. "Local characteristics of up-ward gas-liquid flows". Int. J. of Multiphase Flow, Vol. 7, N1, pp. 63-81.
- Sekoguchi K., Nakazatomi M., Sato Y., Tanaka O., 1980, "Forced convective heat transfer in vertical air-water bubble flow". Bulletin of the JSME, Vol. 23, N 184 pp.1625-1631..
- Petukhov B.S., 1970. "Turbulent heat transfer of the fluid and gas with variable properties". Advances in Heat Transfer, N.Y.: Academic Press, 1970, Vol. 6, pp. 503-564.
- Kornienko Yu.N., 1997, «Effect of saddle-shape transversal void fraction on low Reynolds number wall friction and heat transfer in bubble flows.», Proc. of the Conf. ICONE5-2433, Trac1, May 25-29, 1997, Nice, France
- Sato Y., Sadatomi M., Sekoguchi K. 1981, "Momentum and heat transfer in two-phase bubble flow-1." Theory. Int. J. of Multiphase Flow, Vol. 7, N1, pp. 167-177.
- Marie J.L., 1987, "Modeling of the skin friction and heat transfer in turbulent two-component bubbly flows in pipes". Int. J. of Multiphase Flow, V.13, N3, pp.309-325.
- Serizawa A. and Kataoka I., 1990, "Turbulence suppression in bubbly two-phase flow". Nuclear Engineering & Design, Vol. 122, pp. 1-16.
- Балакин П.П, Корниенко Ю.Н., 1998, "Учет влияния седлообразной формы профиля газо(паро)содержания на гидродинамические и теплообменные характеристики в коде RELAP5MOD3.2., Труды конф. Теплофизические аспекты безопасности ВВЭР, Том 1, 442-455, Обнинск ГНЦ-РФ ФЭИ.
- Таракко М.З., 1992, Идентификация кинетического уравнения по измерениям частного решения // Препринт ФЭИ-2291. Обнинск: ГНЦ-РФ ФЭИ.

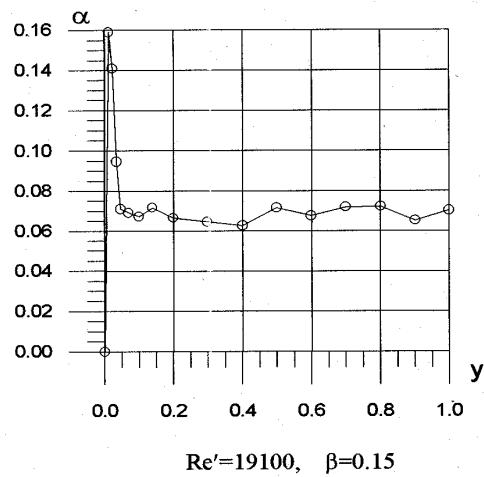


Рис.1. Профиль локального газосодержания [4]. $Re' = \langle j_f \rangle D_w / v_f$.

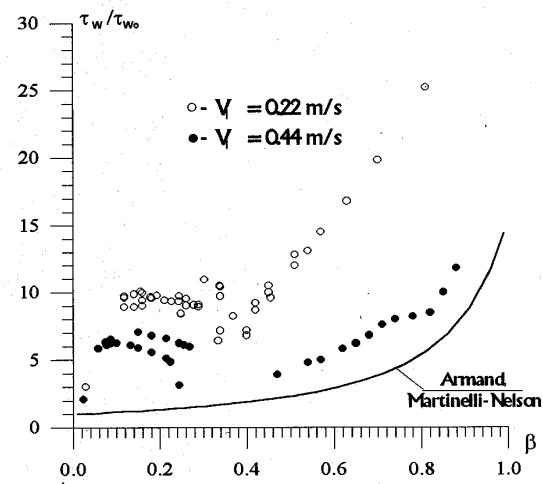


Рис.2. Зависимости пристенных напряжений двухфазного потока от объемного расходного газосодержания [4].

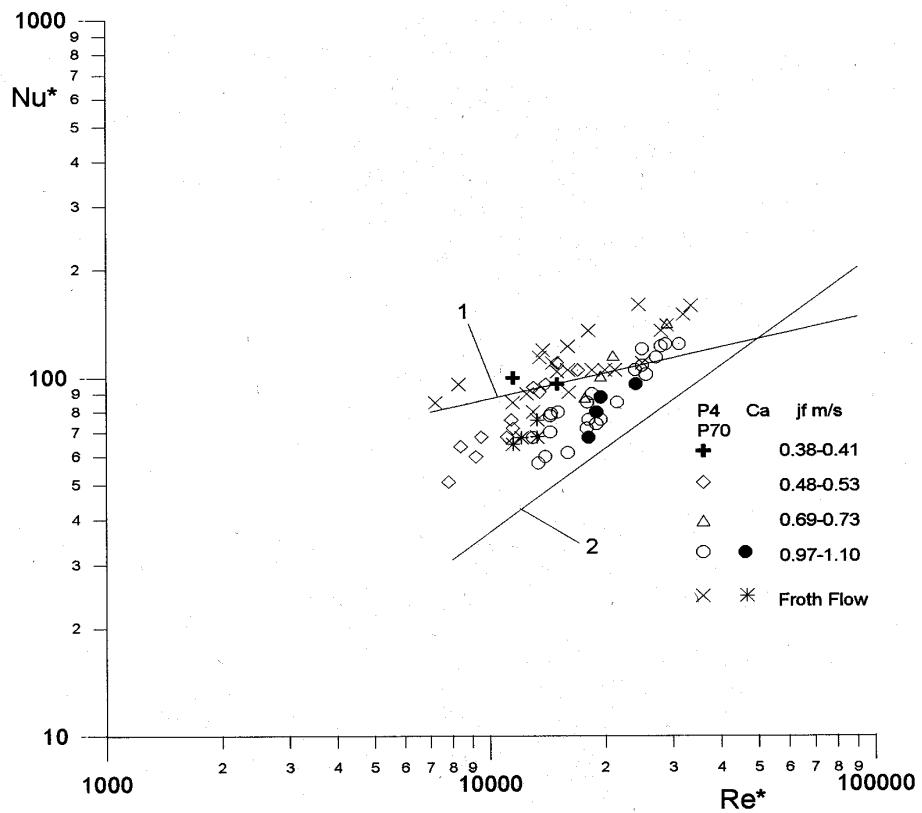


Рис.3. Коефициенты теплоотдачи (1-корреляции Кацхары и Казамы, 2-корреляция Кольбурна), см. Секогучи и др. [5]. Примечание: $Nu^* = Nu / Pr_f^{0.4}$; $Re^* = (1-\alpha)^{0.5} Re_f$.

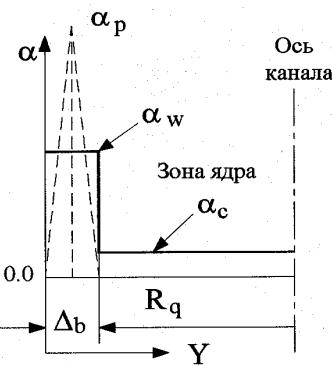
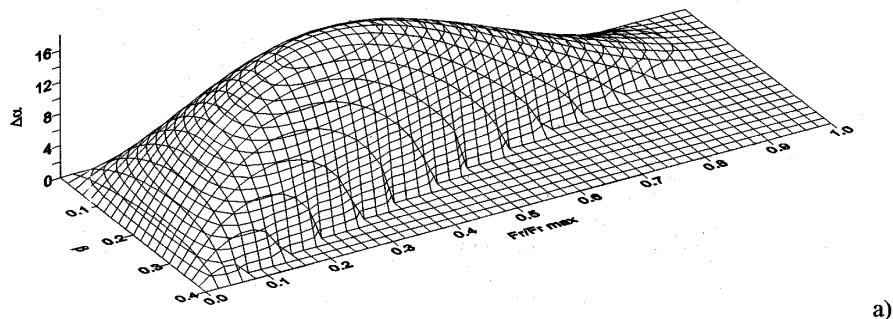
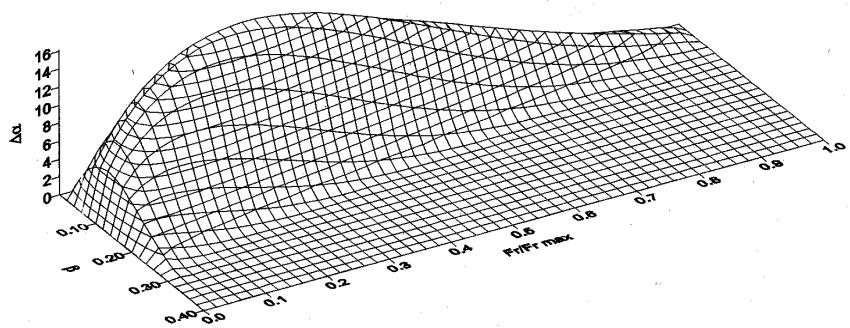


Рис.4. Геометрия потока и двухзонное представление седлообразного профиля истинного объемного газосодержания.

$$R_q = 1 - \Delta_b.$$



a)



b)

Рис.5. Эмпирические зависимости для превышения среднего газосодержания в пристенной зоне над газосодержанием в зоне ядра потока: а) с линейной функцией β_{lim} от числа Фруда; б) с комбинированной функцией β_{lim} от числа Фруда.

