UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in Fisica

STUDIO DI UN NUOVO ALGORITMO DI "TRIGGER" SUI VERTICI SECONDARI PER L'ESPERIMENTO BTeV AL FERMILAB

Relatore Interno: Prof. Maria DI CORATO

Relatore Esterno: Dott. Luigi MORONI

Tesi di laurea di:

Lorenzo UPLEGGER

Matr. 521976

Codice P.A.C.S.:13.60

Anno Accademico 1999-2000

Dedicata a mia mamma

che mi ha sempre sostenuto.

Con tanto amore

Lorenzo.

Indice

Elenco delle figure

Elenco delle tabelle

Introduzione

Questo lavoro di tesi si inserisce nell'ambito dell'esperimento BTeV, in fase di preparazione presso il collider Tevatron del Fermi National Laboratory (Illinois, USA).

BTeV è progettato per studiare ad altissima statistica i decadimenti degli adroni contenenti i quark b e c in modo tale da determinare accuratamente i parametri del Modello Standard, come gli elementi della matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa e le costanti di decadimento degli adroni con b e c, ed eventualmente evidenziarne delle contraddizioni che possono portare a una comprensione della fisica al di là del Modello Standard stesso.

L'esperimento si avvale di uno spettrometro magnetico a due bracci che copre le due regioni opposte ad alta rapidità, in avanti ed indietro, della collisione $p\overline{p}$, nella nuova intersezione $C0$ del collisionatore Tevatron.

Caratteristica centrale dell'esperimento è il sistema di *trigger* per la selezione di eventi con quark pesanti. Tale selezione viene condotta per ogni collisione $p\overline{p}$ (e quindi al primo livello di *trigger*) individuando gli eventi che presentano vertici secondari di decadimento significativamente separati dal vertice primario di interazione. Questo tipo di *trigger* offre enormi vantaggi rispetto a quelli più tradizionali, basati sulla presenza di leptoni nell'evento o di una consistente energia adronica trasversa, in quanto indirizza direttamente la caratteristica fondamentale di tutti gli eventi contenenti quark pesanti. Il sistema di *trigger* si basa sulle informazioni fornite da un rivelatore a pixel di silicio ad altissima granularità, immerso in campo magnetico, che consente di ricostruire direttamente in fase di *trigger* sia le tracce dell'evento che il loro momento e quindi i relativi vertici primari e secondari, di interazione e decadimento.

Oggetto di questa tesi è lo studio e la simulazione di un nuovo algoritmo di ricostruzione delle tracce per il *trigger* di primo livello. L'originalità di questo algoritmo sta nel fatto che la ricostruzione delle tracce viene effettuata nel piano XY, trasverso rispetto alla direzione Z dei due fasci che collidono. Il principale vantaggio che proviene dall'operare su tale vista è che si può imporre, in fase di ricostruzione, che tutte le tracce provengano da un piccola regione intorno all'origine delle coordinate e quindi limitare il combinatorio nella ricerca dei segnali associati alla traccia sui vari piani di rivelatore a pixel. Ho dimostrato che in questa vista le traiettorie possono essere approssimate con parabole e ho di conseguenza sviluppato un adatto metodo di ricostruzione.

La ricostruzione delle tracce inizia richiedendo che i primi tre punti (pixel accesi) di una traccia giacciano, con buona approssimazione, su una parabola passante per l'origine. Una volta individuati i primi tre punti, la traccia viene estesa ricercando di volta in volta il punto successivo sulla base dell'approssimazione parabolica definita dai tre punti precedenti. Si continua ad estendere la traccia fino a quando non vi sono segnali sui piani di pixel successivi compatibili con la traiettoria parabolica calcolata.

L'efficienza di ricostruzione che ottengo è di circa il 90% per tutte le tracce che hanno un momento superiore a 3 Gev/c.

Capitolo 1

La violazione di CP

1.1 Introduzione

In questo capitolo illustreremo il problema della violazione di CP nel Modello Standard, uno degli argomenti che la fisica di BTeV si propone di studiare. Descriveremo brevemente le simmetrie nel Modello Standard, con particolare attenzione a C e P parità.

Definiremo i fenomeni di violazione di CP diretta e indiretta o via *mixing*.

Analizzeremo la violazione di CP indiretta nel sistema dei mesoni K neutri; accenneremo allo studio di quella diretta di cui sono stati oggetto tali mesoni.

Descriveremo più dettagliatamente il problema della determinazione della violazione di CP, sia diretta che indiretta, nel sistema dei mesoni B neutri.

Accenneremo alla violazione della simmetria anche nel sistema dei mesoni B carichi.

1.2 Simmetrie e leggi di conservazione di un sistema fisico

Uno dei concetti più importanti in fisica è quello dell'invarianza delle equazioni che descrivono un sistema sotto l'applicazione di certe operazioni come ad esempio una traslazione spaziale o temporale. Questo significa che dato uno stesso insieme di condizioni iniziali il moto risultante del sistema non dipende da dove e quando queste condizioni sono realizzate. In pratica le leggi della natura sono indipendenti dalla posizione dell'osservatore e da quando questi effettua l'osservazione. Connesse a queste proprietà di invarianza ci sono delle grandezze fisiche che si conservano (il momento lineare, l'energia, il momento angolare,...).

In meccanica quantistica l'invarianza di un sistema sotto una certa trasformazione implica che la probabilità di transizione tra due stati è uguale nel sistema originale e in quello trasformato. Supponiamo di avere due osservatori: l'osservatore O attribuirà lo stato $|\psi_O\rangle$ al sistema mentre O' descriverà lo stesso sistema con un vettore $|\psi_{O'}\rangle$. Se il sistema è invariante per la trasformazione che lega i due osservatori allora la probabilità che il sistema descritto da $|\psi_O\rangle$ si trovi nello stato $|\phi_O\rangle$ deve rimanere invariata, cioè si deve avere:

$$|\langle \phi_O | \psi_O \rangle|^2 = |\langle \phi_{O'} | \psi_{O'} \rangle|^2 \tag{1.1}$$

dove $\phi_{O'}$ è lo stato ϕ_O descritto dall'osservatore O'. Dall'equazione 1.1 segue che l'operatore U(O',O) che effettua la corrispondenza tra gli stati dei due sistemi

$$|\psi_{O'}\rangle = U(O', O)|\psi_O\rangle$$

è unitario. Operiamo una trasformazione sugli stati fisici; l'hamiltoniana H' nel nuovo sistema di riferimento avrà elementi di matrice:

$$\langle \Phi' | H' | \Psi' \rangle \ = \ \langle \Phi | H | \Psi \rangle$$

dove:

$$H = U^\dagger H' U$$

Se U è una simmetria del sistema, H è invariante in forma:

$$H = H' = UHU^\dagger$$

ovvero:

$$UH - HU = [U, H] = 0$$

Si può affermare che un sistema fisico è simmetrico rispetto alla trasformazione descritta dall'operatore U, se tale operatore commuta con l'hamiltoniana H del sistema.

Nel caso in cui U non dipenda esplicitamente dal tempo (come nell'esempio considerato), questo implica che il valore di aspettazione di U è una costante del moto. Ricordando l'equazione di Schrödinger:

$$i\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle \;=\; H|\Psi(t)\rangle$$

Si ottiene:

$$i\frac{d}{dt}\langle\Psi(t)|U|\Psi(t)\rangle \;=\; \langle\Psi(t)|\; UH - HU \;|\Psi(t)\rangle \;=\; 0$$

Come esempio di questo si ricordi che l'invarianza per traslazione di un sistema implica la conservazione dell'impulso, mentre l'invarianza per rotazione si dimostra che porta alla conservazione del momento angolare.

1.3 Le simmetrie nel Modello Standard

Le simmetrie sono molto importanti per la costruzione del Modello Standard, infatti le teorie odierne affermano che le interazioni tra i campi fondamentali (come gli elettroni e i quark) nascono dal principio di gauge. Questo principio afferma che le quantità che sono conservate, non solo sono conservate globalmente, ma lo sono anche localmente. La conservazione globale della carica sarebbe soddisfatta se scomparissero delle cariche in un punto dell'universo e immediatamente ricomparissero in un altro punto. Ma per conservazione della carica intendiamo qualcosa di più di questo: la scomparsa di una carica in un punto deve essere accompagnata da una corrente che ne rende possibile la comparsa in un altro punto. Per avere una simmetria locale, bisogna avere un campo di gauge senza massa con spin 1, le cui interazioni con i campi di materia sono univocamente imposte. Si ottengono così le interazioni elettromagnetiche, deboli e forti, con i rispettivi campi di gauge che sono il fotone, i bosoni deboli e i gluoni.

1.4 Le simmetrie discrete CPT

Per ciascun tipo di interazione possiamo studiare le simmetrie discrete C, P, T.

- La coniugazione di carica C.

  Essa trasforma una particella nella sua antiparticella. Inverte il segno di carica, numero leptonico per i leptoni e numero barionico per i barioni, lasciando invece invariati gli altri numeri quantici. Si noti che essa inverte il momento magnetico di una particella ma non il suo spin.

- La parità spaziale P.

  P è l'operatore che applicato alla funzione d'onda che descrive un sistema, ne inverte tutte le coordinate spaziali. La parità di una particella sarà l'autovalore della funzione d'onda che la descrive rispetto a tale operatore. Si noti che esso inverte il verso dell'impulso di una particella ma non quello del suo spin.

- L'inversione temporale T.

  L'operatore T inverte il tempo $t \to -t$ e pertanto inverte il verso del moto e lo spin.

Uno dei teoremi fondamentali delle teorie di campo afferma che il prodotto delle tre trasformazioni CPT si conserva, cioè CPT è una buona simmetria per ciascun tipo di interazione. Una conseguenza importante di questa proprietà è l'uguaglianza di masse e vite medie di una particella e della sua antiparticella.

A lungo si è creduto che le singole trasformazioni fossero delle buone simmetrie per le interazioni deboli, elettromagnetiche e forti, in altri termini se lo stato iniziale del sistema è autostato di una di queste trasformazioni, lo stato finale deve a sua volta essere autostato di essa e con il medesimo autovalore.

Le evidenze sperimentali sono consistenti con l'invarianza per coniugazione di carica e P parità delle interazioni elettromagnetiche e forti. Nel 1956 Lee e Yang con alcuni lavori teorici [1] [2] avanzarono l'ipotesi che la P parità non venisse conservata nelle interazioni deboli. Il motivo principale che li portò a tale ipotesi fu il cosidetto paradosso $\theta - \tau$. Al tempo esistevano due particelle, chiamate appunto θ e τ, che avevano identici spin, masse e vite medie. Questo suggeriva che fossero la stessa particella nonostante che i loro decadimenti portassero a due stati finali di parità differenti. Dal momento che i decadimenti erano governati da un processo simile a quello β nucleare, Lee e Yang suggerirono che θ e τ fossero in realtà la stessa particella, il mesone K, che poteva decadere in stati finali di differenti parità

$$K^+ \longrightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \qquad P = -1$$

$$K^+ \longrightarrow \pi^+ \pi^0 \qquad P = +1$$

se l'operazione di parità non era invariante nel decadimento β. Il primo esperimento che confermò l'ipotesi di Lee e Yang fu quello di Madame C. S. Wu nel 1957 [3] che studiava la distribuzione angolare degli elettroni emessi nel decadimento β:

$$^{60}Co \longrightarrow {}^{60}Ni + e^- + \bar{\nu}_e$$

a temperature inferiori rispetto a quella di Curie del ^{60}Co. Questa scoperta ha costretto a modificare la struttura della corrente debole da puramente vettoriale a vettoriale-assiale (la cosiddetta corrente V−A).

Si scoprì che nelle interazioni deboli anche la C parità è violata. Una delle evidenze sperimentali che hanno condotto a questa affermazione è lo studio della polarizzazione longitudinale dei neutrini emessi nei decadimenti β.

L'applicazione combinata di CP però sembrava essere una buona simmetria. Nel 1964 però studiando la simmetria CP per il sistema dei mesoni K neutri si scoprì invece, con grande sorpresa, una leggera violazione di questa simmetria.

1.5 La matrice CKM

Nel 1960 era nota la struttura V$-$A delle correnti deboli cariche che descrive le interazioni deboli per le seguenti famiglie di fermioni:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

Queste tre correnti cariche erano accoppiate tramite la costante di accoppiamento universale G. Quando si scoprì l'esistenza di altri quark più pesanti, s e c, il tentativo naturale fu quello di estendere la struttura V$-$A della corrente e la costante di accoppiamento G anche al doppietto:

$$\begin{pmatrix} s \\ c \end{pmatrix}$$

Nei decadimenti deboli si osservavano anche delle transizioni con $\Delta S = 1$, quindi doveva esistere una corrente debole carica che accoppiava i due quark u ed s appartenenti a due famiglie diverse. Questo contraddiceva lo schema precedente dove era possibile accoppiare solo u con d e c con s. Inoltre misurando i *rate* di decadimenti quali:

$$\Lambda \longrightarrow p\, e^-\, \bar{\nu}_e$$

$$n \longrightarrow p\, e^-\, \bar{\nu}_e$$

si osservava una soppressione del primo decadimento rispetto al secondo. In essi il processo dominante di decadimento è quello a spettatore dove rispettivamente:

$$s \longrightarrow u$$

$$d \longrightarrow u$$

A questo punto si affacciarono due ipotesi: o introdurre un nuovo tipo di accoppiamento per spiegare quanto si osservava oppure, lasciando intatta l'universalità della costante G, modificare i doppietti di quark. Nel 1963 Cabibbo ipotizzò che il quark d fosse una combinazione lineare dei quark d e s:

$$d_c = d \cos\theta_c + s \sin\theta_c$$

dove θ_c é l'angolo di Cabibbo. Si aveva quindi il doppietto

$$\begin{pmatrix} u \\ d_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d\cos\theta_c + s\sin\theta_c \end{pmatrix}$$

Per tutti i doppietti la costante di accoppiamento debole è ancora G, ma per un decadimento semileptonico con $\Delta S = 0$, che coinvolge i quark u e d, l'accoppiamento è $G\cos\theta_c$, mentre per un decadimento con $\Delta S = 1$, che coinvolge quindi i quark u e s, si ha $G\sin\theta_c$. Per spiegare poi l'assenza di decadimenti con $\Delta S = 1$ attraverso correnti neutre, nel 1970, Glashow, Iliopulis e Maiani proposero l'esistenza di un quarto quark, con sapore "charm" (c). Si ipotizzò così che gli autostati deboli fossero degli stati di quark ruotati rispetto agli autostati di massa:

$$\begin{pmatrix} u \\ \\ d_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ \\ d\cos\theta + s\sin\theta \end{pmatrix}$$

e

$$\begin{pmatrix} c \\ \\ s_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ \\ -d\sin\theta + s\cos\theta \end{pmatrix}$$

Le due famiglie di quark permettono di poter scrivere la matrice di *mixing*:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Si noti che quanto detto fino ad ora sul *mixing* dei quark equivale all'affermazione che gli autostati di massa non coincidono con gli autostati deboli all'interno del Modello Standard. Si noti inoltre che la scelta di introdurre il *mixing* per i quark di carica negativa è una pura convenzione.

Con la scoperta della terza famiglia di quark si è generalizzata la matrice di Cabibbo ad una matrice 3×3 detta di Cabibbo Kobayashi Maskawa (CKM). La matrice di Cabibbo Kobayashi Maskawa è la trasformazione unitaria che permette di passare dagli autostati di massa e agli autostati della hamiltoniana debole.

$$\begin{pmatrix} d' \\ \\ s' \\ \\ b' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d \\ \\ s \\ \\ b \end{pmatrix}$$

Poiché gli accoppiamenti più forti si hanno rimanendo all'interno della stessa famiglia, gli elementi sulla diagonale hanno un valore prossimo all'unità.

1.6 Il triangolo unitario

La matrice CKM è formata da nove elementi complessi. Questi diciotto numeri possono essere ridotti arrivando a 4 parametri indipendenti applicando le condizioni di unitarietà e il fatto che le fasi delle funzioni d'onda dei quark sono arbitrarie. Questi quattro parametri rimanenti sono costanti fondamentali della natura che devono essere determinate sperimentalmente come tutte le altre costanti fondamentali tipo α o G.

Nell'approssimazione di Wolfenstein [4] i parametri scelti sono λ, A, ϱ e η. A meno di termini in λ^4 la matrice CKM è data da:

$$V_{CKM} = \begin{bmatrix} 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda(\varrho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\varrho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix}$$

Come abbiamo detto prima l'unitarietà della matrice ci permette di scrivere sei relazioni:

$$\sum_{i=1}^{3} V_{ij}^* V_{ik} = 0 \qquad i \neq j \neq k$$
$$\sum_{i=1}^{3} V_{ji}^* V_{ki} = 0 \qquad i \neq j \neq k$$

che possono essere rappresentate graficamente nel piano complesso mediante sei triangoli.

Per lo studio della violazione di CP nel settore dei mesoni B, che è uno degli obiettivi primari di BTeV, uno di questi triangoli risulta rilevante:

$$V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* \quad = \quad 0 \tag{1.2}$$

In buona approssimazione possiamo assumere:

$$V_{tb} \simeq V_{ud} \simeq 1$$

$$V_{ts}^* \simeq -V_{cb}$$

La 1.2 diventa :

$$\frac{V_{td}^*}{V_{us}V_{cb}} + \frac{V_{ub}}{V_{us}V_{cb}} - 1 \quad = \quad 0 \tag{1.3}$$

Di questo triangolo due lati sono noti: la base è definita come unitaria e il lato

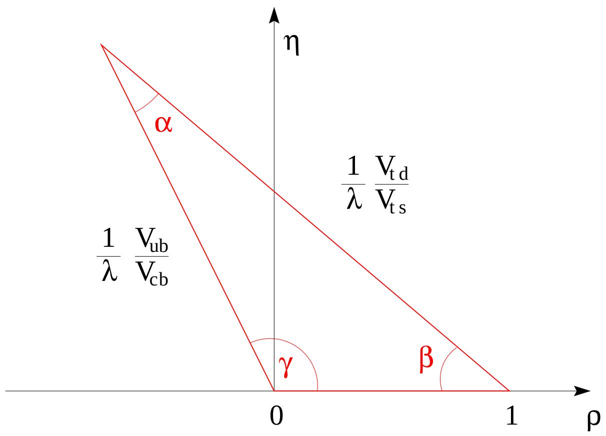


Figura 1.1: *Triangolo unitario rilevante nello studio della violazione di CP nel settore dei mesoni B.*

sinistro è determinato con il suo errore tramite le misure di $|V_{ub}/V_{cb}|$. Il lato destro può essere determinato usando misure di *mixing* nel settore dei B. Chiamiamo α, β e γ gli angoli del triangolo, che espressi in funzione dei parametri della matrice sono:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\eta}{\varrho(\varrho-1)+\eta^2}\right) \tag{1.4}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{\eta}{1-\varrho}\right) \tag{1.5}$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{\eta}{\varrho}\right) \tag{1.6}$$

Essi possono essere determinati attraverso misure di violazione di CP nel settore dei B scegliendo opportuni canali di decadimento.

Fino ad ora la violazione di CP è stata osservata solo nel sistema dei mesoni K neutri. Scopo della nuova generazione di esperimenti sulla fisica del quark b è quello di osservare la violazione di CP nel settore dei mesoni B. Questo permetterà di verificare se il Modello Standard (tramite la matrice CKM) è in grado di spiegare tale violazione o se esiste una nuova fisica oltre il Modello Standard stesso.

1.7 Violazione di CP nel settore dei mesoni K

Si consideri il sistema $K_0\bar{K}_0$ dove per la prima volta è stata osservata una leggera violazione della simmetria CP. L'hamiltoniana efficace per un sistema instabile può essere scritta come:

$$H = M - i\frac{\Gamma}{2} \tag{1.7}$$

Si noti che essendoci ristretti ad un sottospazio dello spazio di Hilbert totale, la matrice H non è più hermitiana, mentre lo sono la M e la Γ.

Si assuma l'ipotesi che CP si conservi nelle interazioni deboli. Gell-Mann e Pais partendo da tale ipotesi predissero l'esistenza di due stati fisici per la K_0 con differenti vite medie.

Si definisce :

$$CP|K_0\rangle = |\bar{K_0}\rangle$$

Nel sistema $K_0\bar{K_0}$ la matrice di massa M è:

$$\mathrm{M} = \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & m_0 \end{bmatrix}$$

Si considerino i decadimenti in 2π e in 3π dei mesoni K neutri; essi sono decadimenti deboli e non conservano la stranezza. Si noti che:

$$CP\ |2\pi\rangle \ = \ +\ 1\ |2\pi\rangle$$

$$CP\ |3\pi\rangle \ = \ -\ 1\ |3\pi\rangle$$

K_0 e $\bar{K_0}$ non possono essere gli stati fisici poiché non sono a CP definita, mentre abbiamo assunto che CP si conservi. Solo gli stati fisici sono autovettori di M, dunque nella base K_0 e $\bar{K_0}$ tale matrice non sarà più diagonale:

$$M = \begin{bmatrix} m_0 & \delta \\ \delta & m_0 \end{bmatrix}$$

Avere elementi non diagonali non nulli significa avere una probabilità non nulla che K_0 vada in $\bar{K_0}$ e viceversa. Tale fenomeno è detto *mixing*. Si noti l'assunzione $\langle \bar{K_0}|M|K_0\rangle = \langle K_0|M|\bar{K_0}\rangle$.

Diagonalizzando la matrice di massa M e scrivendone gli autostati si trovano gli stati fisici:

$$M = \begin{bmatrix} m_0 - \delta & 0 \\ 0 & m_0 + \delta \end{bmatrix}$$

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_0\rangle + |\bar{K_0}\rangle)$$
$$|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_0\rangle - |\bar{K_0}\rangle)$$

con:

$$CP\ |K_1\rangle = +1\ |K_1\rangle$$
$$CP\ |K_2\rangle = -1\ |K_2\rangle$$

Nell'ipotesi che CP si conservi sono permessi solo i decadimenti:

$$|K_1\rangle \rightarrow |2\pi\rangle$$
$$|K_2\rangle \rightarrow |3\pi\rangle$$

Le vite medie dei due stati fisici si differenziano di un fattore 1000:

$$\tau_1 = 0,89 \times 10^{-10} sec$$
$$\tau_2 = 5,17 \times 10^{-8} sec$$

Questa diversità è dovuta al termine di spazio delle fasi nella sezione d'urto: il numero di configurazioni dei 2π in cui K_1 può decadere è maggiore di quello dei 3π in cui può andare la K_2.

Nel 1964 Christenson, Cronin, Fitch e Turlay [5] trovarono evidenze di una leggera violazione della simmetria CP.

Essi producevano un fascio di mesoni K neutri nell'interazione forte:

$$\pi^- + p \quad \rightarrow \quad K_0 + \Lambda \tag{1.8}$$

Poiché le vite medie di K_1 e K_2 erano note, ci si aspettava che dopo aver percorso una certa distanza il fascio di K neutre fosse costituito dalle sole K_2.

Christenson ed altri studiarono i decadimenti di questo fascio: se CP fosse stata una buona simmetria avrebbero dovuto osservare solo decadimenti in 3π. Invece trovarono evidenze sperimentali di decadimenti in 2π. Questo è segno che gli stati fisici non sono autostati di CP e quindi che CP era violata nelle interazioni deboli.

La matrice di massa nel sistema K_1 K_2 non è più diagonale e gli stati fisici sono dati da:

$$\begin{aligned} |K_L\rangle &= |K_2\rangle + \varepsilon|K_1\rangle \\ |K_S\rangle &= |K_1\rangle + \varepsilon|K_2\rangle \end{aligned}$$

dove, poichè si osservava un decadimento in 2π ogni 1000 in 3π:

$$\varepsilon \simeq \frac{1}{1000}$$

Per misurare l'entità della violazione di CP si sfrutta proprio la differenza in vita media dei due stati fisici.

Ad un tempo $\bar{t}$ tale che $\tau_1 \ll \bar{t} \ll \tau_2$:

$$|K_0(\bar{t})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{-(im_2+\frac{\Gamma_2}{2})\bar{t}}(|K_2\rangle + \varepsilon|K_1\rangle) \right]$$

Siano A_1 e A_2 le ampiezze di transizione di K_1 e K_2 rispettivamente in 2π e in 3π.

L'entità della violazione di CP è data da:

$$\frac{Pr(K_L(\bar{t}) \to 2\pi)}{Pr(K_L(\bar{t}) \to 3\pi)} = \frac{\varepsilon^2 \mid A_1 \mid^2}{\mid A_2 \mid^2}$$

Poiché si trova che:

$$\frac{\mid A_1 \mid^2}{\mid A_2 \mid^2} \simeq \frac{1}{\varepsilon}$$

l'entità della violazione di CP dovuta a *mixing* è circa:

$$\varepsilon \simeq \frac{1}{1000}$$

Generalmente la violazione di CP dovuta a *mixing* è detta indiretta.

Oltre a questo meccanismo esiste la violazione diretta di CP. La trattazione finora utilizzata, infatti, si basa sull'ipotesi di conservazione di CP. La causa del fenomeno potrebbe anche essere una transizione diretta tra due autostati di CP con autovalori differenti. Schematicamente:

$$
\begin{array}{ccccc}
\mid K_L\rangle & \propto & \mid K_2\rangle & + & \epsilon_K \mid K_1\rangle \\
 & & \downarrow & & \downarrow \\
 & & (diretta) & & (indiretta) \\
 & & \pi^+\pi^- & & \pi^+\pi^-
\end{array}
$$

Nel sistema dei mesoni K neutri per misure di violazione di CP diretta si usa l'interferenza tra due processi $K_L^0 \rightarrow \pi\ \pi$ con diversa variazione di spin isotopico forte: ΔI = 1/2, 3/2.

L'entità della violazione di CP diretta è data dal parametro:

$$\epsilon_{CP}^{dir} = \frac{P(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-; \Delta I = 1/2)}{P(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-; \Delta I = 3/2)}$$

Sperimentalmente non è possibile separare i contributi di ϵ_{CP}^{ind} e ϵ_{CP}^{dir}, ma è possibile misurare il rapporto tra le due grandezze. Lo studio dei decadimenti :

$$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^- \qquad K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$$

permette di costruire una grandezza che contiene il rapporto $\epsilon_{CP}^{dir}/\epsilon_{CP}^{ind}$ da misurare.

Definiamo:

$$\eta^{00} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)}$$

$$\eta^{+-} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)}$$

Si dimostra che i rapporti così definiti sono esprimibili come:

$$\eta^{00} = \epsilon_{CP}^{ind} - 2\epsilon_{CP}^{dir}$$

$$\eta^{+-} = \epsilon_{CP}^{ind} + \epsilon_{CP}^{dir}$$

La quantità misurabile è:

$$\frac{|\eta^{00}|^2}{|\eta^{+-}|^2} = 1 - 6Re\left(\frac{\epsilon_{CP}^{ind}}{\epsilon_{CP}^{dir}}\right)$$

Secondo i più recenti dati [6] il rapporto $\epsilon_{CP}^{dir}/\epsilon_{CP}^{ind}$ vale:

$$\frac{\epsilon_{CP}^{dir}}{\epsilon_{CP}^{ind}} = 0.0015 \pm 0.0008$$

Pertanto nel sistema dei mesoni K neutri, vi è violazione di CP sia diretta che indiretta.

1.8 Il *mixing* B_0 e $\bar{B}_0$

In generale tutti i sistemi di mesoni neutri composti da due quark di sapore differente possono oscillare mediante interazione debole carica, come per i mesoni K neutri.

Siano B_0 e $\bar{B}_0$ gli stati prodotti in una interazione forte. Si definisce $CP|B_0\rangle = |\bar{B}_0\rangle$. B_0 e $\bar{B}_0$ non sono autostati di CP. Questo dà luogo ad un accoppiamento tra B_0 e $\bar{B}_0$ che viene chiamato *mixing*.

L'evoluzione temporale del sistema $B_0 - \bar{B}_0$, nel sistema di riferimento dove i due mesoni sono a riposo, viene descritta mediante l'hamiltoniana efficace debole (analogamente a quanto visto per il sistema dei K):

$$H = M - i\frac{\Gamma}{2}$$

$$M = \begin{bmatrix} m & M_{12} \\ M_{12}^* & m \end{bmatrix} \qquad \Gamma = \begin{bmatrix} \gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \gamma \end{bmatrix}$$

M e Γ sono rappresentate nel sistema B_0 e $\bar{B}_0$. Si noti che per l'invarianza di CPT si ha $M_{11} = M_{22} = m$ e $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \gamma$. Per ottenere gli stati fisici occorre diagonalizzare tale matrice e calcolarne gli autostati. Essi sono:

$$|B_L\rangle = p|B_0\rangle + q|\bar{B}_0\rangle \tag{1.9}$$

$$|B_H\rangle = p|B_0\rangle - q|\bar{B}_0\rangle \tag{1.10}$$

con i relativi autovettori:

$$M_L - i\frac{\Gamma_L}{2}$$

$$M_H - i\frac{\Gamma_H}{2}$$

$$\Delta m = M_L - M_H \simeq 2 \mid M_{12} \mid$$

dove $M_{12} = \langle\bar{B}_0|M|B_0\rangle$. Si calcola che:

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 \simeq \frac{M_{12}^*}{M_{12}}$$

M_{12} si può calcolare mediante il diagramma a box in Figura 1.2, mentre q/p equivale allo sfasamento introdotto da tale diagramma. Di conseguenza poichè l'unico

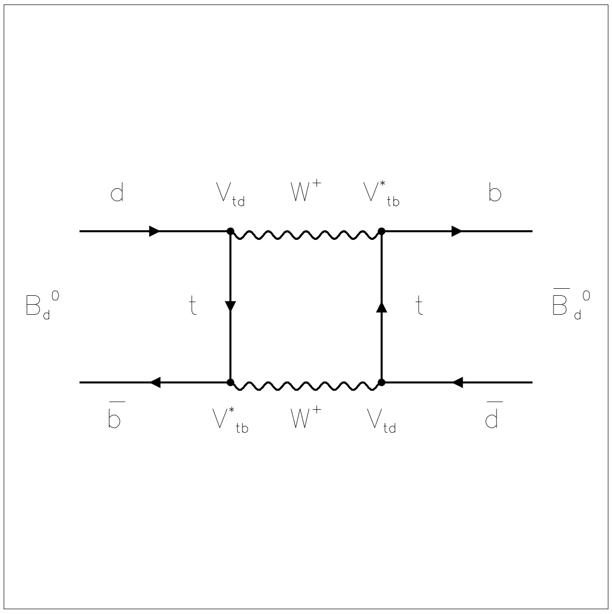


Figura 1.2: *Diagramma di Feynmann a box per il mixing B_d^0 $\bar{B}_d^0$*

termine di fase è quello contenuto negli elementi della CKM utilizzando la 1.6:

$$\frac{q}{p} = \frac{(V_{tb}^* V_{td})^2}{\mid V_{tb}^* V_{td} \mid^2} = \frac{1-\varrho-i\eta}{(1-\varrho-i\eta)(1-\varrho+i\eta)} = e^{2i\beta} \tag{1.11}$$

Risolvendo l'equazione di Schrödinger per l'evoluzione temporale degli stati B^0 e $\bar{B}^0$ si trovano le espressioni date in 1.18 e 1.19 che verranno discusse nel paragrafo successivo.

Calcolando la probabilità che una particella prodotta come B^0 decada poi come $\bar{B}^0$, dalle 1.18 e 1.19 si trova che:

$$\begin{aligned} Pr(B^0 \to \bar{B}^0)(t) &= \frac{e^{-t/\tau}}{2\tau}\left[1 - \cos(\Delta m t)\right] \\ &= \frac{e^{-t/\tau}}{2\tau}\left[1 - \cos\left(x\frac{t}{\tau}\right)\right] \end{aligned} \tag{1.12}$$

dove $x = \frac{\Delta m}{\gamma} = \Delta m \tau$. Poiché il calcolo è stato svolto nel sistema di riferimento dove i due mesoni sono a riposo, il tempo t corrisponde al tempo proprio di decadimento dei mesoni B.

Questa probabilità integrata nel tempo risulta:

$$\chi = \int_0^{+\infty} Pr(B^0 \to \bar{B}^0)dt \;=\; \frac{\chi^2}{2(1+\chi^2)} \tag{1.13}$$

In genere vengono eseguite sperimentalmente due tipi di misure di *mixing*:

- misure della evoluzione temporale dei mesoni B (Equazione 1.12);
- misure della probabilità di *mixing* integrata nel tempo (Equazione 1.13).

Si può calcolare che la probabilità di *mixing* oscilla con una frequenza pari a $\Delta m = M_L - M_H$. Si capisce così che è la differenza tra le masse dei due stati fisici della B_0 a dare origine al *mixing*. Le vite medie si possono assumere coincidenti diversamente da quanto avviene per le K_0 dove le vite medie sono notevolmente diverse. Questo ci fa intuire perché le misure di violazione di CP sono così diverse nei due sistemi: per le K_0 si sfrutta la differenza tra le vite medie, mentre per le B_0 la differenza di massa.

1.9 Violazione di CP nel settore dei mesoni B

La violazione di CP nel settore dei mesoni B si manifesta in modo diverso rispetto a quello presentato per i mesoni K per il motivo sopra enunciato.

Sia $\Gamma(B \to f)$ la probabilità che B decada in f e $\bar{\Gamma}(\bar{B} \to \bar{f})$ la probabilità per il decadimento CP coniugato. Se CP fosse una buona simmetria Γ e $\bar{\Gamma}$ dovrebbero coincidere. Per testare la simmetria CP si definisce l'asimmetria:

$$A(t) = \frac{\Gamma(B(t) \to f) - \bar{\Gamma}(\bar{B}(t) \to \bar{f})}{\Gamma(B(t) \to f) + \bar{\Gamma}(\bar{B}(t) \to \bar{f})} \tag{1.14}$$

Studiamo l'evoluzione temporale di B_0 e $\bar{B}_0$.

L'evoluzione temporale degli stati fisici è data da:

$$|B_L(t)\rangle = e^{-(iM_L+\frac{\Gamma_L}{2})t}|B_L(0)\rangle \tag{1.15}$$

$$|B_H(t)\rangle = e^{-(iM_H+\frac{\Gamma_H}{2})t}|B_H(0)\rangle \tag{1.16}$$

Invertendo le relazioni 1.9 e 1.10 si ottiene:

$$B_0(t) = \frac{B_L(t) + B_H(t)}{2p} \tag{1.17}$$

$$\bar{B}_0(t) = \frac{B_L(t) - B_H(t)}{2q} \tag{1.18}$$

Di conseguenza sostituendo le equazioni 1.15 e 1.16 nella 1.17 e nella 1.18:

$$|B_0(t)\rangle = e^{-(i\bar{m}+\frac{\Gamma}{2})t}\left[\cos\frac{\Delta mt}{2}|B_0\rangle \pm i\frac{q}{p}\sin\frac{\Delta mt}{2}|\bar{B}_0\rangle\right] \tag{1.19}$$

$$|\bar{B}_0(t)\rangle = e^{-(i\bar{m}+\frac{\Gamma}{2})t}\left[\cos\frac{\Delta mt}{2}|\bar{B}_0\rangle \pm i\frac{p}{q}\sin\frac{\Delta mt}{2}|B_0\rangle\right] \tag{1.20}$$

dove $\bar{m} = (M_L + M_H)/2$ e $\Gamma = \Gamma_H \simeq \Gamma_L$

Sia f un generico stato finale; supponendo di avere due soli processi per raggiungere f, le ampiezze di transizione sono date da:

$$A_f = \langle f|B_0\rangle \quad \text{e} \quad \bar{A}_f = \langle f|\bar{B}_0\rangle$$

$$\bar{A}\bar{f} = \langle \bar{f}|\bar{B}_0\rangle \quad \text{e} \quad A_{\bar{f}} = \langle \bar{f}|B_0\rangle$$

Introduciamo due quantità utili :

$$r_f = \frac{q}{p}\frac{\bar{A}_f}{A_f} \quad e \quad \bar{r}\bar{f} = \frac{p}{q}\frac{A_{\bar{f}}}{\bar{A}\bar{f}}$$

Le probabilità di transizione allora sono date da:

$$\begin{aligned} Pr(B_0 \to f) \;&=\; e^{-\Gamma t}[\cos^2\frac{\Delta mt}{2} \mid A_f \mid^2 + \;\sin^2\frac{\Delta mt}{2} \mid \frac{q}{p} \mid^2\mid \bar{A}_f \mid^2 + \\ &- 2\sin\frac{\Delta mt}{2} Im(r_f) \mid A_f \mid^2] \end{aligned} \tag{1.21}$$

$$\begin{aligned} Pr(\bar{B}_0 \to \bar{f}) \;&=\; e^{-\Gamma t}[\cos^2\frac{\Delta mt}{2} \mid \bar{A}\bar{f} \mid^2 + \;\sin^2\frac{\Delta mt}{2} \mid \frac{q}{p} \mid^2\mid A_{\bar{f}} \mid^2 + \\ &- 2\sin\frac{\Delta mt}{2} Im(\bar{r}\bar{f}) \mid A_{\bar{f}} \mid^2] \end{aligned} \tag{1.22}$$

È importante notare che per mettere in luce una violazione di CP occorrono almeno due vie diverse per raggiungere lo stesso stato finale (nel caso di un numero maggiore di 2 in realtà la situazione si fa complessa). Infatti in questo caso elevando al quadrato il modulo dell'ampiezza di transizione le fasi deboli compaiono nel termine di interferenza. Questo verrà spiegato meglio quando si affronterà la violazione di CP associata a *mixing* e decadimento.

1.9.1 Violazione di CP diretta

Supponiamo di spegnere il meccanismo di *mixing*, vale a dire assumiamo che il mesone B non abbia oscillato prima di decadere:

$$\langle f|\bar{B}_0\rangle = \langle \bar{f}|B_0\rangle = 0 \tag{1.23}$$

Con violazione di CP diretta si intende una differenza tra $Pr(B_0 \to f)$ e $Pr(\bar{B}_0 \to \bar{f})$ decadimenti diretti, senza che avvenga *mixing*. Di conseguenza la 1.21 e la 1.22 diventano:

$$Pr(B_0 \to f) = e^{-\Gamma t} \cos^2 \frac{\Delta m t}{2} \mid A_f \mid^2$$
$$Pr(\bar{B}_0 \to \bar{f}) = e^{-\Gamma t} \cos^2 \frac{\Delta m t}{2} \mid \bar{A}\bar{f} \mid^2$$

L' asimmetria diventa:

$$A(t) = \frac{\mid \bar{A}\bar{f} \mid^2 - \mid A_f \mid^2}{\mid \bar{A}\bar{f} \mid^2 + \mid A_f \mid^2} \tag{1.24}$$

Studiamo il caso più semplice in cui f è autostato di CP per mettere in evidenza che la violazione di CP diretta è dovuta alla presenza di una fase debole nell'ampiezza di decadimento, cioè alla presenza di una fase nella CKM. Supponiamo di avere due processi per arrivare in f:

$$\Gamma = \mid A(B_0 \to f) \mid^2 = \mid B + C \mid^2$$

$$\bar{\Gamma} = \mid \bar{A}(\bar{B}_0 \to f) \mid^2 = \mid \bar{B} + \bar{C} \mid^2$$

dove:

$$\begin{aligned} B &= b_s e^{i\delta_s} \; b_w e^{i\delta_w} \\ C &= c_s e^{i\theta_s} \; c_w e^{i\theta_w} \\ \bar{B} &= b_s e^{i\delta_s} \; b_w e^{-i\delta_w} \\ \bar{C} &= c_s e^{i\theta_s} \; c_w e^{-i\theta_w} \end{aligned}$$

con δ_s e θ_s fasi forti e δ_w e θ_w fasi deboli.

Quindi si ottiene:

$$\begin{aligned} \Gamma - \bar{\Gamma} &= 2b_s e^{i\delta_s} b_w e^{i\delta_w} c_s e^{i\theta_s} c_w e^{i\theta_w} - 2b_s e^{i\delta_s} b_w e^{-i\delta_w} c_s e^{i\theta_s} c_w e^{-i\theta_w} \\ &= 2b_s b_w c_s c_w \sin(\delta_s - \theta_s) \sin(\delta_w - \theta_w) \end{aligned}$$

Si noti che condizioni necessarie per mettere in evidenza una violazione di CP sono:

- presenza di almeno due processi per andare in f, stato finale;
- presenza di una fase forte nelle ampiezze di transizione e inoltre $\delta_s - \theta_s \neq 0$.

1.9.2 Violazione di CP indiretta

Si assuma ora che il mesone B_0 abbia oscillato prima di decadere cioè si spenga la violazione di CP diretta:

$$A_f \;=\; \bar{A}\bar{f} \;=\; 0$$

Allora le probabilità di decadimento sono date da:

$$Pr(B_0 \to f) = e^{-\Gamma t} \mid \frac{q}{p} \mid^2 \sin^2 \frac{\Delta m t}{2} \mid \bar{A}_f \mid^2$$
$$Pr(\bar{B_0} \to \bar{f}) = e^{-\Gamma t} \mid \frac{p}{q} \mid^2 \sin^2 \frac{\Delta m t}{2} \mid A_{\bar{f}} \mid^2$$

Se CP è violata nel processo di oscillazione $B_0 - \bar{B_0}$, si deve osservare una diversa probabilità per $|B_0\rangle \;\to |\bar{B_0}\rangle$ rispetto a $|\bar{B_0}\rangle \;\to |B_0\rangle$. L'asimmetria A(t) in questo caso è data da:

$$A(t) \;=\; \frac{\mid \frac{p}{q} \mid^2 - \mid \frac{q}{p} \mid^2}{\mid \frac{p}{q} \mid^2 + \mid \frac{q}{p} \mid^2}$$

Si noti che per misurare l'entità di questa violazione di CP occorre scegliere uno stato finale raggiungibile solo via *mixing*.

1.9.3 Violazione di CP associata a *mixing* e a decadimento

In questo ultimo caso la violazione di CP è dovuta all'interferenza tra il decadimento diretto e quello via *mixing*. Si consideri il caso particolare in cui f, stato finale, sia

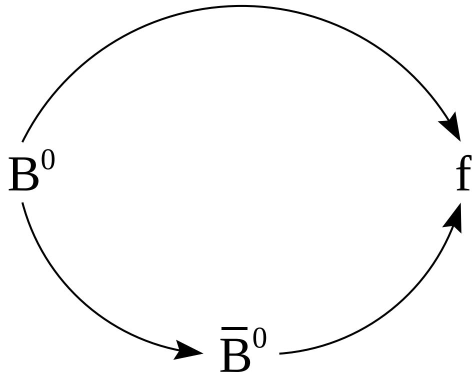


Figura 1.3: *Illustrazione dei due modi del decadimento $B^0 \rightarrow f$ che interferendo permettono violazione di CP.*

autostato di CP. L'asimmetria in questo caso diventa:

$$A_{f_{CP}}(t) \quad = \quad \frac{\Gamma(B_0(t) \rightarrow f_{CP}) - \bar{\Gamma}(\bar{B}_0(t) \rightarrow f_{CP})}{\Gamma(B_0(t) \rightarrow f_{CP}) + \bar{\Gamma}(\bar{B}_0(t) \rightarrow f_{CP})} \tag{1.25}$$

che risulta essere pari a:

$$A_{f_{CP}}(t) \quad = \quad \frac{(1 - r_{f_{CP}})^2 \cos(\Delta m t) - 2Im(r_{f_{CP}}) \sin(\Delta m t)}{1+ \mid r_{f_{CP}} \mid^2} \tag{1.26}$$

dove:

$$r_{f_{CP}} \quad = \quad \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_f}{A_f} \tag{1.27}$$

Di conseguenza si ha violazione di CP quando $r_{f_{CP}} \neq 0$.

Si consideri $A_{f_{CP}}$ allo scopo di mettere in evidenza come una misura dell'asimmetria dà accesso alla misura degli angoli del triangolo unitario di cui abbiamo parlato in precedenza. Si assumano le seguenti ipotesi semplificative, ragionevoli per il fatto che l'entità della violazione di CP diretta e dovuta a *mixing* sono trascurabili rispetto a quella dovuta al meccanismo qui indagato:

- nessuna violazione di CP diretta: $\mid A \mid = \mid A_f \mid = \mid \bar{A}\bar{f} \mid$
- nessuna violazione di CP dovuta a *mixing*: $\mid \frac{q}{p} \mid = \mid \frac{p}{q} \mid = 1$
- le fasi deboli dovute alla CKM siano identiche per i decadimenti dei mesoni B_0 e $\bar{B}_0$.
- l'ampiezza di decadimento A sia dominata da un solo diagramma di Feymann per cui:

$$A = e^{i(\alpha+\phi)} \mid A \mid$$

  dove α è la fase forte e ϕ quella debole. L'ampiezza per il decadimento CP coniugato sarà:

$$\bar{A} = \lambda_{CP} e^{i(\alpha-\phi)} \mid A \mid$$

  Tale ipotesi è importante allo scopo di semplificare le cose. Per questo sceglieremo quei canali di decadimento per i quali il contributo del diagramma a pinguino è trascurabile.

In queste ipotesi $\mid r_{f_{CP}} \mid = 1$; perchè ci sia violazione di CP, $r_{f_{CP}}$ deve avere fase non nulla.

Per la seconda ipotesi fatta e per il calcolo del diagramma a box:

$$\frac{q}{p} = e^{i2\beta}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} r_{f_{CP}} &= \lambda_{CP} e^{2i(\beta-\phi)} \\ Im(r_{f_{CP}}) &= \lambda_{CP} \sin[2(\beta-\phi)] \end{aligned}$$

Sostituendo nella 1.26 si ottiene:

$$A_{f_{CP}}(t) = \lambda_{CP} \sin[2(\beta-\phi)] \sin(\Delta m t) \tag{1.28}$$

Se si integra nel tempo:

$$A_{f_{CP}} = -\frac{x_q}{1+x_q^2} \lambda_{CP} \sin[2(\beta-\phi)]$$

dove $x_q = \Delta m/\Gamma$ è il parametro che descrive il periodo delle oscillazioni di *mixing*, come visto nel Paragrafo 1.8.

1.10 Misura della violazione di CP nel settore dei mesoni B : canali di decadimento interessanti

1.10.1 Violazione di CP nel decadimanto $B_d^0 \to \pi^+\pi^-$

Lo stato finale $\pi^+\pi^-$ è quello generalmente scelto per la misura dell'angolo α.

Esso è autostato di CP di autovalore $+1$. Poiché la fase dovuta al *mixing* è nota:

$$\frac{q}{p} = e^{i2\beta}$$

Occorre calcolare la fase di $\bar{A}/A$.

Si assuma per ora che il diagramma dominante, nel processo di decadimento, sia quello a spettatore (vedi Fig. 1.4).

$$A(B_d^0 \to f) \propto V_{ub}^* V_{ud}$$

$$\bar{A}(\bar{B}_d^0 \to f) \propto V_{ub} V_{ud}^*$$

Allora si ottiene:

$$\frac{\bar{A}}{A} = \frac{(V_{ub}^* V_{ud})^2}{\mid V_{ub} V_{ud} \mid^2} = \frac{(\varrho - i\eta)^2}{(\varrho - i\eta)(\varrho + i\eta)} = e^{i2\gamma}$$

Per $r_{f_{CP}}$ risulta l'espressione:

$$r_{f_{CP}} = e^{i(2\gamma+2\beta)} = e^{i(2\gamma+2\beta-2\pi)} = e^{-i2\alpha} \tag{1.29}$$

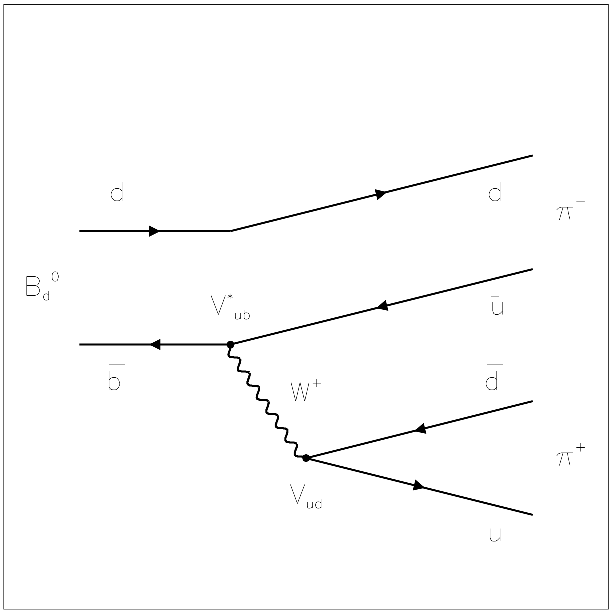


Figura 1.4: *Diagramma di Feynmann a quark spettatore per il decadimento* $B_d^0 \to \pi^+\,\pi^-$.

Si noti che l'ultimo passaggio è vero solo se esiste realmente il triangolo unitario cioè se è verificata l'ipotesi del Modello Standard per cui la CKM è unitaria .

Concludiamo così che il canale $B_d^0 \to \pi^+\pi^-$ dà accesso alla misura dell'angolo α.

Occorre precisare che esiste un altro tipo di diagramma per questo decadimento: quello a pinguino. Esso è teoricamente presente in tutti i processi. Non è mai stata eseguita una misura del contributo del diagramma a pinguino per questo canale ma ci si attende che la sua ampiezza non sia del tutto trascurabile ($\simeq 10\%$ dell'ampiezza del diagramma a quark spettatore). Di conseguenza nell'asimmetria comparirebbe anche il termine in $\cos(\Delta mt)$ (vedi Equazione 1.26). La sola misura di asimmetria di questo canale di decadimento non sarà più sufficiente per la determinazione di $\sin 2\alpha$.

1.10.2 Violazione di CP nel decadimento $B_d^0 \to J/\Psi\ K_s^0$

Lo stato finale $J/\Psi\ K_s^0$ è importante per lo studio della violazione di CP poiché dà accesso alla misura dell'angolo β.

Ricordiamo che lo stato $J/\Psi\ K_s^0$, nell'ipotesi che CP sia conservata, è autostato di CP di autovalore -1.

Anche in questo decadimento il diagramma dominante è quello a spettatore.

$$A(B_d^0 \to f) \propto V_{cb}^* V_{cs}$$

$$\bar{A}(\bar{B}_d^0 \to f) \propto V_{cb} V_{cs}^*$$

Allora:

$$\frac{\bar{A}}{A} = -\frac{(V_{cb}^* V_{cs})^2}{\mid V_{cb} V_{cs} \mid^2}$$

Poiché gli elementi della CKM coinvolti sono reali, l'unica fase che si deve considerare in $r_{f_{CP}}$ è quella dovuta al *mixing*.

$$r_{f_{CP}} = -e^{i2\beta} \qquad (1.30)$$

Si noti che la K_s^0 a sua volta può oscillare e quindi dovremmo considerare la fase del diagramma di *mixing* per le K^0. Essendo gli elementi coinvolti reali, esso non

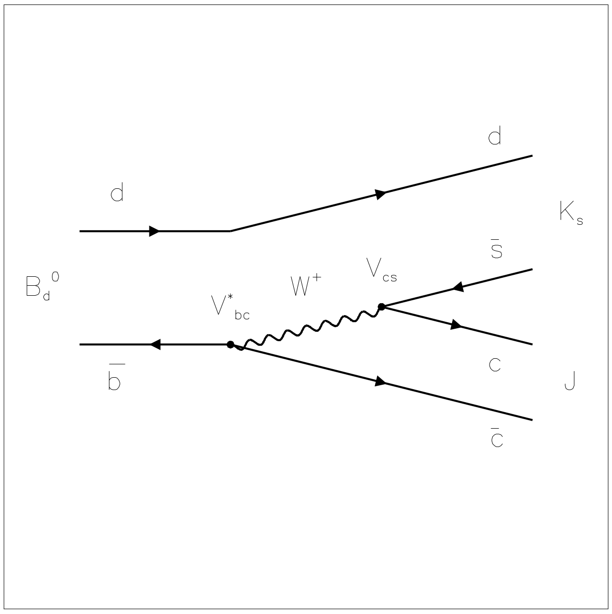


Figura 1.5: *Diagramma di Feynmann a quark spettatore per il decadimento*

$B_d^0 \rightarrow J/\Psi\ K_s^0$

dà contributo.

Sostituendo la 1.30 nella 1.26 per l'asimmetria si ottiene l'espressione:

$$A_{fCP}(t) \quad = \quad - \ \sin(\Delta m t) \sin(2\beta) \tag{1.31}$$

L'integrale nel tempo dell'asimmetria risulta pari a:

$$A_{fCP} \quad = \quad - \frac{x_d}{1 + x_d^2} \sin(2\beta) \tag{1.32}$$

Allora possiamo concludere che il canale $B_d^0 \rightarrow J/\Psi\ K_s^0$ dà accesso alla misura dell'angolo β.

Capitolo 2

L'esperimento BTeV al Tevatron del Fermilab

2.1 Obiettivi principali di BTeV

La fisica che BTeV si propone di studiare comprende la violazione di CP, il fenomeno di *mixing* e i decadimenti rari dei quark b e c. Sebbene alcune misure, come ad esempio quella del $\sin 2\beta$, saranno gia state fatte prima che BTeV entri in funzione, rimarranno ancora da eseguire misure cruciali in questo settore che richiedono esperimenti con sensibilità molto più alte di quelle della presente generazione di esperimenti, come BABAR, CDF e HERA-B. È ormai chiaro che per raggiungere tali sensibilità si deve far ricorso ai collisionatori adronici.

Da questa esigenza nasce la proposta di BTeV, non solo indirizzata allo studio del quark b, ma anche alla ricerca di fenomeni rari nel settore del c. Principali obiettivi fisici nello studio del quark b sono:

- Misura dell'angolo γ utilizzando la grande asimmetria di CP che risulta dall'interferenza dei decadimenti $B^- \to K^- D^0$, $D^0 \to f$ e $B^- \to K^- \bar{D}^0$, $\bar{D}^0 \to f$ (vedi Figura 2.1). Ci si aspetta che l'ampiezza totale per i due decadimenti sia circa uguale. La differenza di fase debole tra i due decadimenti è invece γ.

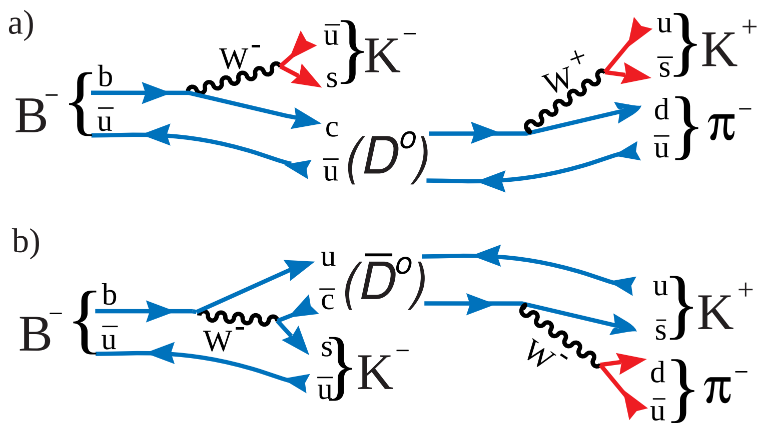


Figura 2.1: *Diagramma di Feynmann che rappresenta i due decadimenti che interferiscono, a) $B^- \to D^0 K^-$ (favorito per colore) seguito dal decadimento $D^0 \to K^+\pi^-$ (doppio Cabibbo soppresso), b) $B^- \to \bar{D}^0 K^-$ (sfavorito per colore) seguito dal decadimento $\bar{D}^0 \to K^+\pi^-$ (Cabibbo favorito).*

- Misura dell'angolo α usando il decadimento neutro $B^0 \to \rho\pi$.

- Misura di precisione dell'angolo β, già determinato in altri esperimenti.

- Misura della piccola asimmetria di CP nei decadimenti $B_s \to J/\psi\, \eta'$ or $J/\psi\, \eta$.

- Ricerca di rari stati finali come $K\mu^+\mu^-$, $K^\star\mu^+\mu^-$, $\pi\mu^+\mu^-$, $\rho\mu^+\mu^-$, e stati finali simili con elettroni.

L'esperimento si propone, inoltre, di misurare con precisione alcuni parametri inerenti la fisica del quark c, quali la misura del *mixing* del mesone D^0.

2.2 Geometria e strategia dell'esperimento

La cinematica della produzione di adroni B gioca un ruolo fondamentale nella scelta della geometria di BTeV.

BTeV sarà costituito da un apparato sperimentale con due bracci che coprono le due regioni in avanti e indietro della collisione $p\bar{p}$ con un'accettanza angolare pari a $\pm 300\ mrad$.

La produzione di quark pesanti in collisioni adroniche è caratterizzata dalle variabili P_t, momento trasversale, e η, pseudorapidità. Quest'ultima è definita come

$$\eta = -\ln\left(\tan\frac{\theta}{2}\right) \tag{2.1}$$

dove θ è l'angolo della particella rispetto alla direzione dei fasci. Disporre l'apparato sperimentale in una regione angolare piccola attorno alla direzione dei fasci presenta i seguenti vantaggi:

- esiste una forte correlazione tra le direzioni di emissione dei quark b e $\bar{b}$ quando uno dei due è emesso in avanti, come mostrato in Figura 2.2. Possono così venire rivelate un gran numero di coppie $b\bar{b}$ coprendo con i rivelatori una piccola regione angolare dello spazio. I vantaggi che derivano da questa correlazione sono cruciali per l'efficienza di *tagging* di sapore.

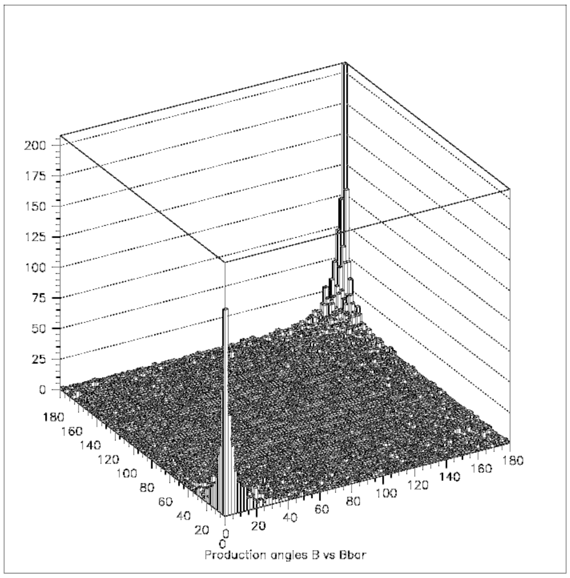


Figura 2.2: *Correlazione della produzione di $b\bar{b}$*

- Le particelle con alta pseudorapidità hanno un grande valore della grandezza relativistica $\beta\gamma$ vedi Figura 2.3, quindi si ha una maggiore separazione tra il vertice di produzione e quello di decadimento che permette una migliore efficienza nell'identificazione degli adroni contenenti il quark b.

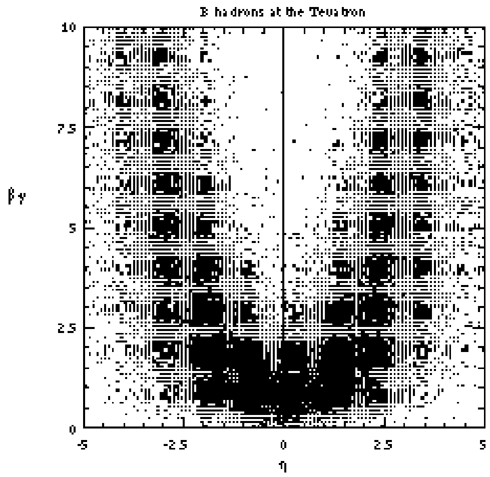


Figura 2.3: *$\beta\gamma$ dei mesoni con quark b in funzione di η*

- Le contenute dimensioni angolari dell'apparato permettono di instrumentare i due bracci con rivelatori Čherenkov di tipo RICH, onde ottenere una potente identificazione di particelle.

Le caratteristiche e i parametri principali dei fasci per BTeV sono riassunti nella Tabella 2.1.

2.3 Descrizione del rivelatore

BTeV verrà installato a cavallo dell'intersezione $C0$ del collisionatore Tevatron $p\bar{p}$ del Fermilab. Il sistema di rivelatori è mostrato in Figura 2.4. Il rivelatore ricorda

Luminosità	2×10^{32} cm^{-2} s^{-1}
Sezione d'urto $b\bar{b}$	100 μbarn
$\sigma_{b\bar{b}}/\sigma_{tot}$	0.2 %
Sezione d'urto $c\bar{c}$	$\geq$ 500 μbarn
Tempo tra due interazioni	132 ns
Lunghezza regione di interazione in z	$\sigma_z = 30$ cm
Lunghezza regione di interazione in x e y	$\sigma_y, \sigma_x \approx 50$ μm

Tabella 2.1: *Caratteristiche di Tevatron per BTeV.*

i rivelatori usati negli esperimenti a targhetta fissa, ma ha due bracci, opposti tra loro e disposti lungo la direzione dei fasci, che coprono una regione angolare di $\approx \pm 10 - 300$ *mrad*.

Le principali caratteristiche di progetto per BTeV sono:

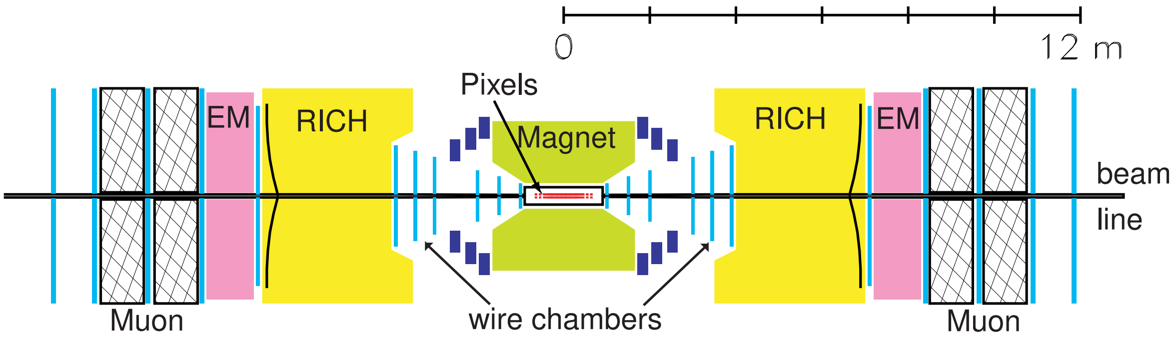


Figura 2.4: *Prospetto del rivelatore di BTeV*

- un rivelatore di vertice ad alta risoluzione spaziale costituito da piani di pixel;

- un *trigger* di primo livello basato sulla ricostruzione di vertici secondari, che rende BTeV molto efficiente per molti stati finali, anche se questi non contengono leptoni;
- un sistema di tracciamento preciso costituito *microstrip* di silicio e *straw-tubes* che permette una migliore risoluzione sui momenti e sulla massa delle particelle;
- un eccellente sistema di identificazione delle particelle basato sull'utilizzo dei rivelatori *Ring Imaging Čherenkov* (RICH).
- due calorimetri elettromagnetici di alta qualità, capaci di rivelare stati finali con singoli fotoni.
- due rivelatori per l'identificazione di muoni che vengono anche utilizzati come *trigger* nel caso in cui rivelino la presenza di muoni nell'evento;

2.4 Lo spettrometro magnetico

BTeV utilizzerà un grosso magnete dipolare che è già stato usato in altri esperimenti al Fermilab. Ad esso verranno apportate modifiche che porteranno il valore del campo magnetico nella regione centrale da 0.8 a 1.6 Tesla. Il magnete è posizionato nella regione di interazione in modo tale da fornire un campo di intensità costante lungo la direzione x come mostrato in Figura 2.5. La costruzione di un rivelatore

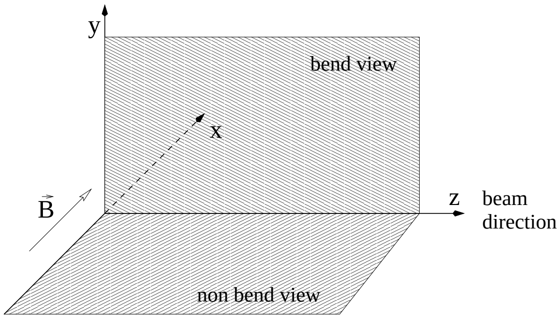


Figura 2.5: *Campo magnetico di BTeV.*

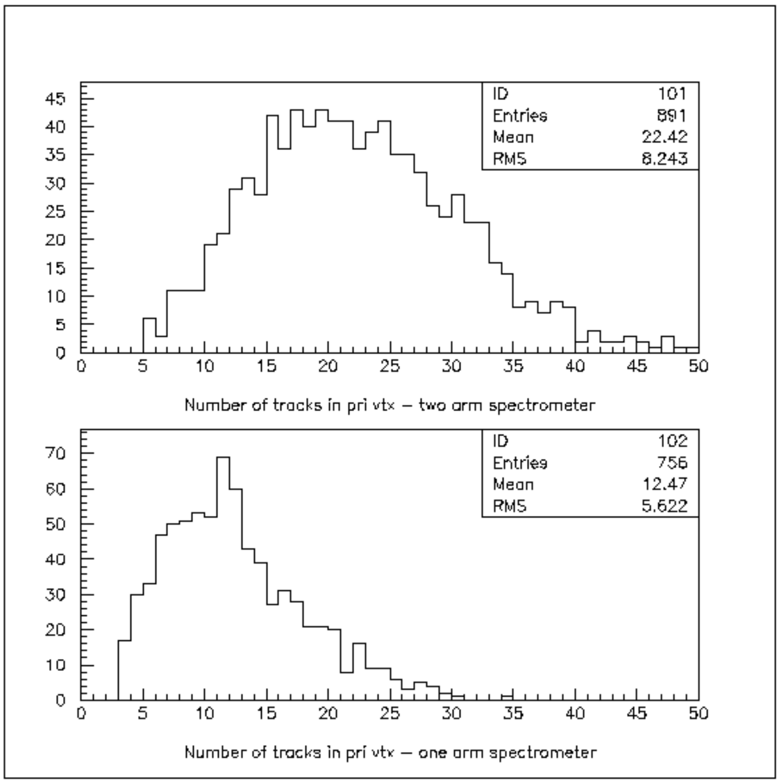


Figura 2.6: *Frazione di eventi con N tracce provenienti da un vertice primario con momento superiore a* $1GeV/c$ *per a) un dipolo centrato nella regione di interazione che dà un accettanza effettiva a due bracci e b) uno spettrometro ad un solo braccio.*

a due bracci permette di determinare con maggior precisione il vertice primario. Infatti come mostrato in Figura 2.6 il numero di tracce ad alto momento (basso scattering multiplo) che contribuiscono alla determinazione del vertice primario è circa doppio per uno spettrometro a due rispetto ad uno con un braccio solo. Se si richiede che tre tracce ad alto momento determinino il vertice primario, allora si ottiene un'efficienza di *trigger* che è circa doppia.

Il magnete di BTeV genera un forte campo magnetico nella regione in cui si trova il rivelatore di vertice. Come vedremo in seguito, questo permette al *trigger* di primo livello di escludere le tracce a basso momento dalla ricostruzione dei vertici primari e secondari di decadimento.

2.5 Il sistema di tracciamento

Il sistema di tracciamento è progettato per ricostruire le tracce e misurarne i momenti con un'accettanza angolare di $\pm 300\ mrad$.

Il sistema deve essere in grado di fornire una risoluzione sulla misura di momento di circa 1% a 100 GeV/c.

I sistemi di tracciamento sono due:

- un rivelatore di vertice ad alta risoluzione che provvede alla ricostruzione delle tracce e dei relativi vertici nella zona immediatamente adiacente al punto di

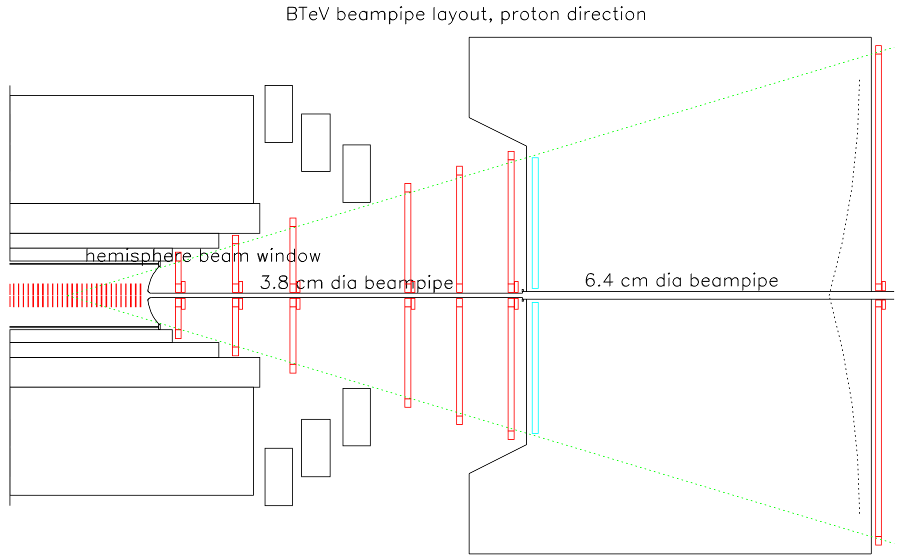


Figura 2.7: *Schema dei rivelatori di tracciamento (in rosso).*

interazione;

- un sistema di tracciamento più esterno che consente di estendere le tracce nel resto dell'apparato e di raffinare la misura del momento.

Particolare attenzione va posta al primo di essi, in quanto fornisce il punto di inizio per formare il *trigger* di primo livello.

2.5.1 Il rivelatore di vertice

Il rivelatore di vertice è costituito da 62 piani di pixel di silicio, sistemati in 31 stazioni e posizionati lungo la regione d'interazione, come si vede in Figura 2.8. Il

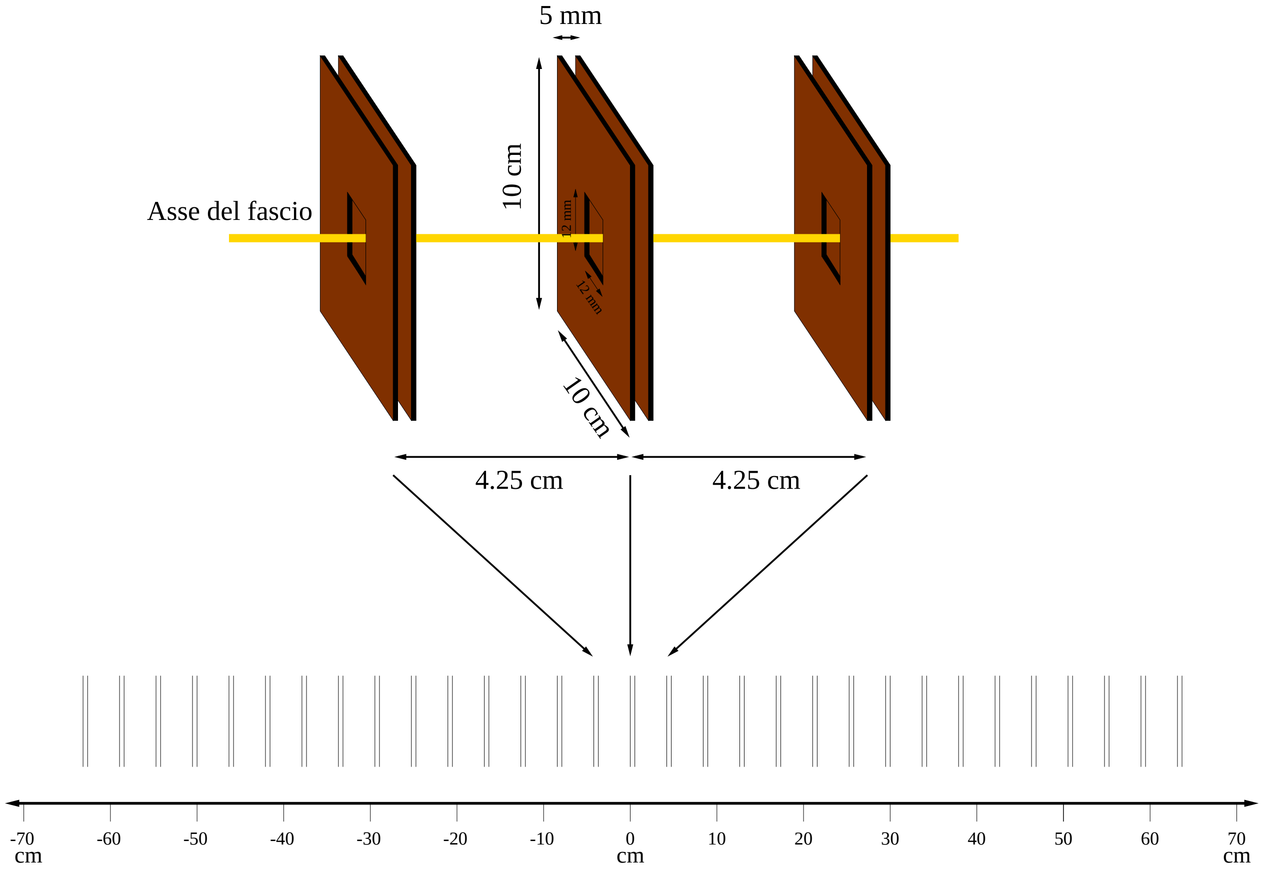


Figura 2.8: *Rivelatore di vertice.*

numero elevato di piani di rivelatori è necessario per coprire l'estesa regione di interazione (30 cm).

Ogni piano è costituito da $\approx$ 500000 pixel in un'area di 10 cm $\times$10 cm. Nell'attuale progetto la singola cella di pixel ha dimensioni pari a 50×400 μm^2. Ciascun piano di pixel fornisce una misura di posizione (x, y) e un segnale analogico proporzionale alla carica depositata dalla particella.

La separazione tra le stazioni è di 4.25 cm, mentre la separazione tra i piani è di 5.0 mm. Lo spessore dei piani di pixel è di 250 μm uguale a quello dell'elettronica di lettura associata. In ogni stazione un piano misura con maggior precisione la coordinata y, l'altro la coordinata x. L'orientazione dei pixel nei due piani di una

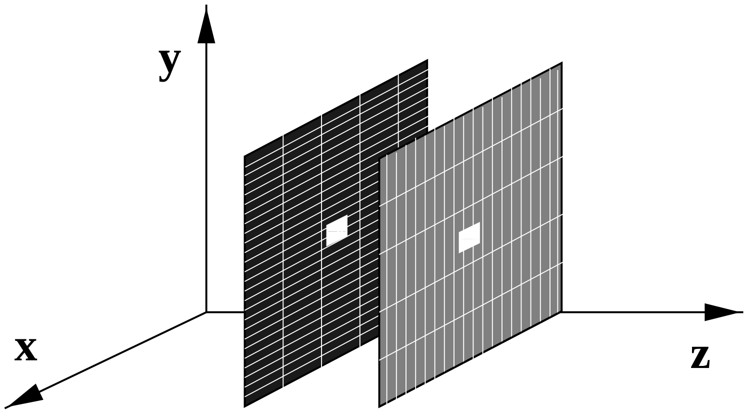


Figura 2.9: *Orientazione dei pixel.*

stazione è schematizzata in Figura 2.9, mentre le caratteristiche del rivelatore sono riassunte nella Tabella 2.2.

È stato scelto un rivelatore di vertice con pixel di silicio per le seguenti caratteristiche che esso fornisce:

- risoluzione spaziale eccellente;
- rapporto segnale rumore decisamente migliore se paragonato alle altre soluzioni;
- velocità di risposta buona e una discreta resistenza alla radiazione.

La resistenza ai danni da radiazione permette di sistemare gli elementi del rivelatore molto vicini al fascio di $p\bar{p}$, minimizzando così gli errori di estrapolazione delle tracce. La misura precisa dei punti, con un basso rumore, permette una ricostruzione

Caratteristica	Valore
Dimensione dei pixel	50μm $\times 400\mu$m
Dimensione piano	10 cm $\times$10 cm
Numero totale piani	62
Numero totale di stazioni	31 ciascuna formata da un piano x e uno y
Separazione tra le stazioni	4.25 cm
Separazione tra il piano-x e il piano-y	5.0 mm
Spessore della stazione	6.5 mm
Numero totale pixel	2.8×10^7

Tabella 2.2: *Caratteristiche dei pixel.*

dei vertici molto precisa e in tempo reale permettendo così al *trigger* di selezionare facilmente gli eventi contenenti quark pesanti.

2.5.2 Il sistema di tracciamento esterno

Il sistema di tracciamento esterno ha lo scopo di fornire precise misure di momento per le tracce. Questo rivelatore esterno complementa le informazioni di quello interno là dove queste risultino insufficienti, come per le tracce ad alto momento e quelle che hanno attraversato pochi piani del rivelatore di vertice.

Inoltre il sistema di tracciamento esterno deve provvedere alle misure di momento per importanti classi di tracce che non attraversano il rivelatore di vertice quali K_s^0 e Λ.

La tecnologia di questo rivelatore può essere realizzata con convenzionali camere a deriva o con camere di *straw-tubes*. Il progetto prevede 7 stazioni di rivelatori distribuite lungo l'asse z, come mostrato in Figura 2.7, ed esplicitamente:

- tre nella parte terminante del magnete;
- tre prima dell'inizio del sistema di identificazione di particelle;
- uno tra il sistema di identificazione di particelle e il calorimetro elettromagnetico.

Ciascuna stazione permette di misurare tre direzioni: la direzione X e le direzioni U e V che sono posizionate a $\pm 11.3^0$ attorno all'asse Y. La risoluzione in momento che si può ottenetere a 100 GeV/c è:

$$\frac{\sigma_p}{p} \simeq 1\%.$$

2.6 Sistema di identificazione delle particelle

Un buon sistema di identificazione delle particelle è indispensabile in ogni esperimento con quark pesanti. È necessario stabilire l'intervallo di momento delle particelle in cui il sistema può fornire una corretta separazione tra i seguenti adroni carichi: il protone, il mesone K e il mesone π. Per gli scopi di BTeV gli adroni da identificare correttamente sono soprattutto i pioni e i kaoni negli stati finali dei seguenti canali di decadimento:

$$B_d^0 \to \pi^+\pi^-$$

$$B_d^0 \to K^+\pi^-$$

$$B_s^0 \to K^+K^-$$

Questi decadimenti a due corpi producono pioni e kaoni con momento relativamente alto. Questa condizione fornisce il limite superiore del range di momento da considerare.

Il limite inferiore, invece, viene posto dalla richiesta di avere un'alta efficienza per il *tagging* coi kaoni che provengono da un generico decadimento di B. Poiché questi kaoni vengono principalmente dai mesoni D in un decadimento a molti corpi dei mesoni B, essi hanno tipicamente un momento più basso.

In base ai risultati della simulazione Monte Carlo, si è individuato l'intervallo ottimale di momento per il sistema di indentificazione delle particelle, che è

$$3GeV/c < p < 70GeV/c$$

La scelta della tecnologia per il rivelatore che provvede all'identificazione delle particelle è limitata dall'ampio intervallo di momento ($3GeV/c < p < 70GeV/c$) e dallo spazio disponibile per questo tipo di rivelatori. Il rivelatore utilizzato è un *Ring Imaging Čherenkov* a gas. I pioni e i kaoni possono esere distinti in questo intervallo di momenti utilizzando un solo gas. È stato scelto il C_4F_{10} che ha un indice di rifrazione pari a 1.00138 ed emette luce nel visibile. In Figura 2.10 è mostrato l'angolo di emissione della luce Čherenkov in funzione dei momenti per i pioni, kaoni e protoni in questo gas. Dalla Figura si nota anche che al di sotto di $9GeV/c$ il gas non permette la distinzione tra kaoni e protoni, quindi per permettere l'identificazione per le particelle che hanno un momento basso si pensa di inserire un sottile strato ($\approx 4cm$) di aerogel all'ingresso del RICH. Come si vede ancora in Figura 2.10 l'aerogel con un indice di rifrazione $n = 1.03$ abbasserebbe la soglia sui momenti per i pioni, kaoni e protoni rispettivamente da $2.5,\ 9.0,\ 17.1\ GeV/c$ a $0.6,\ 2.0,\ 3.8\ GeV/c$.

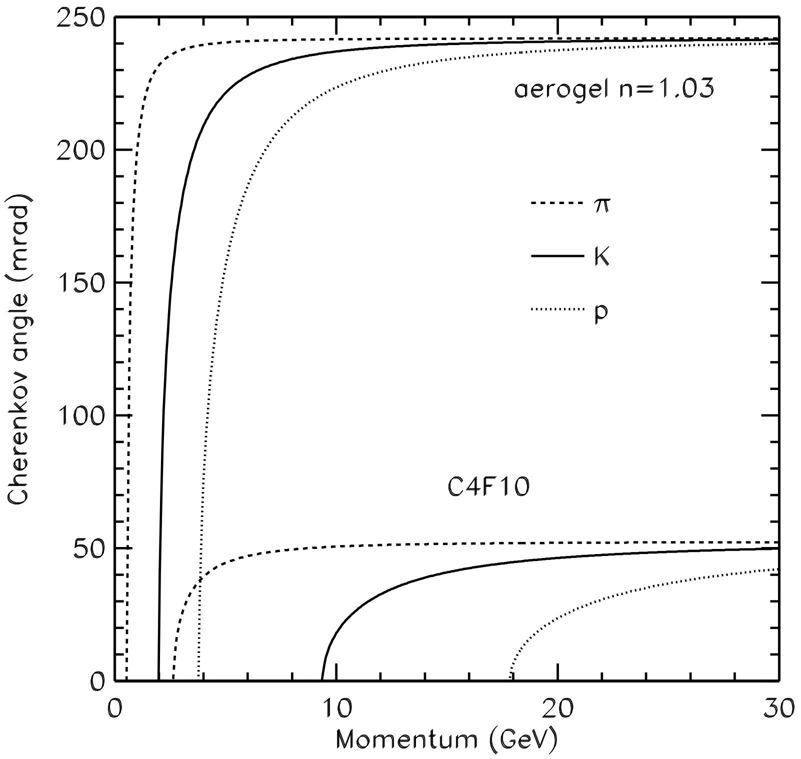


Figura 2.10: *Angoli di emissione della luce Čherenkov per le particelle* π K *e* p *in funzione del loro momento, per il gas* C_4F_{10} *con e senza lo strato di aerogel (*$n = 1.03$*).*

Il RICH verrà collocato dietro le camere di tracciamento appena fuori dal magnete e dovrà avere una lunghezza massima di tre metri per lasciare uno spazio sufficiente al calorimetro elettromagnetico.

2.7 Calorimetro elettromagnetico

Lo scopo del calorimetro elettromagnetico è la misura dell'energia di un elettrone o di un fotone attraverso la misura dell'energia dello sciame di particelle da essi causato nel materiale. Lo sciame è un degrado dell'energia della particella attraverso una cascata elettromagnetica governata dai seguenti processi:

- elettroni ad alta energia producono fotoni di alta energia per *bremsstrahlung*;
- fotoni si materializzano in e^+e^- attraverso la produzione di coppie.

In questa fase - detta di generazione a cascata - vi è un notevole sviluppo longitudinale e laterale dello sciame di particelle. Al diminuire dell'energia di fotoni ed elettroni che costituiscono lo sciame, i processi dominanti diventano:

- per i fotoni effetto Compton ed effetto fotoelettrico;
- per gli elettroni perdita di energia per collisione.

Con questi processi ha inizio l'arresto dello sciame. Il processo si conclude quando tutta l'energia viene persa per collisione ed è misurata dai rivelatori. L'identificazione di stati finali elettromagnetici è indispensabile per i seguenti motivi:

- gli elettroni e i positroni sono usati per il *tagging* del sapore del mesone B;
- coppie e^+e^- possono essere usate per l'identificazione di stati finali esclusivi quali J/ψ

Inoltre la ricostruzione dei fotoni potrebbe essere usata per la ricostruzione di stati finali che contengono mesoni neutri (π^0, η e ρ).

Per BTeV è stato scelto un calorimetro costituito da cristalli di $PbWO_4$. Questa scelta si basa sulle seguenti considerazioni:

- sono soddisfatti i requisiti di risoluzione spaziale e in energia utilizzando blocchi di dimensioni pari a ≈ 2.6 cm.
- Questo materiale è molto resistente ai danni da radiazione.
- Calorimetri di questo tipo sono molto veloci. Infatti viene raccolto circa il 99% della luce che emettono in ≈ 100 ns che è un tempo inferiore al tempo che trascorre tra due interazioni (132 ns).

2.8 Rivelatore di muoni

Il rivelatore di muoni ha due scopi principali:

- identificazione di muoni.
- *trigger* dei muoni diretti o provenienti dal decadimento della J/ψ;

Il rivelatore di muoni è un rivelatore con campo magnetico toroidale che permette di determinare il momento dei muoni. I più importanti canali di decadimento, tra quelli che necessitano l'identificazione di muoni, sono:

- $B^0 \to J/\psi\ K_s^0; J/\psi \to \mu^+\mu^-$;

- $B^0, B^+, B_s^0 \to \mu$+x usati per il *tagging*.

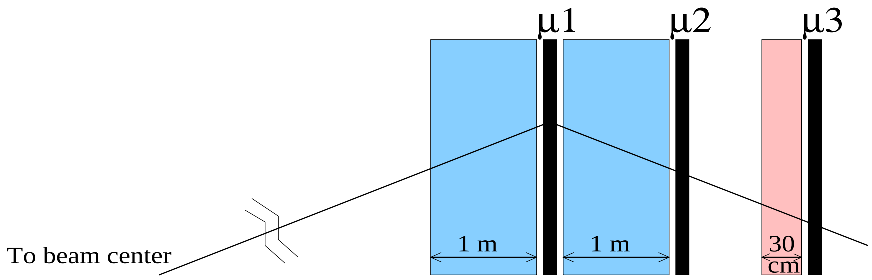


Figura 2.11: *Rivelatore di muoni. Le tre parti nere, chiamate* μ_1 μ_2 *e* μ_3 *rappresentano le stazioni del rivelatore. Le due parti azzurre di lunghezza* 1 *m rappresentano dei blocchi di ferro magnetizzati che hanno la forza necessaria per curvare le traiettorie e quindi pemettere una misura di momento e servono anche per assorbire gli sciami adronici generati negli antistanti calorimetri elettrromagnetici. L'ultima parte rosa di* 30 *cm di lunghezza è una schermatura di ferro non magnetizzato.*

Come si vede in Figura 2.11 il rivelatore di muoni è formato da due assorbitori di ferro di spessore di 1 m e da un ultimo assorbitore con spessore di 30 cm. I rivelatori di muoni sono posizionati in tre stazioni, alla fine di ciascun blocco. I primi due blocchi sono magnetizzati con un campo toroidale di 1.5 T. Il momento può essere misurato gia in fase di *trigger* assumendo che i muoni provengano dal punto di interazione.

I rivelatori di muoni sono costituiti da elementi di rivelatori a tubi proporzionali con involucro di Al come mostrato in Figura 2.12.

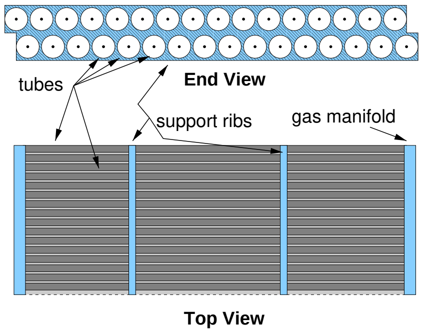


Figura 2.12: *Viste da sotto e dall'alto dei tubi proporzionali*

2.9 Confronto con altri esperimenti

Gli esperimenti sulla fisica del b si possono dividere in due classi: quelli realizzati o in fase di progettazione ai collisionatori e^+e^- e quelli realizzati o in via di sviluppo ai collisionatori adronici.

La caratteristica principale degli esperimenti ai collisionatori e^+e^- è di essere centrati sull'energia della risonanza $\Upsilon(4S)$ che decade prevalentemente in una coppia $B\bar{B}$. Per questo motivo gli eventi sono molto puliti e si ha un rapporto segnale fondo molto alto [7]. Possono essere prodotte le sole B_d^0 e B_u^+ mentre per produrre B_s^0 occorrerebbe portarsi all'energia della risonanza $\Upsilon(5S)$ con una perdita enorme in sezione d'urto.

Gli esperimenti che per ora hanno raccolto dati sono realizzati con collisionatori a fasci simmetrici, si ricordi DORIS a DESY e Cleo a Cornell. Essi hanno un grosso svantaggio: la coppia $B\bar{B}$ viene prodotta quasi a riposo e quindi non permette di misurare la lunghezza di decadimento dei mesoni B. Per questo sono stati progettati esperimenti con fasci asimmetrici, come ad esempio KEKB a KEK e BABAR a SLAC, dove i mesoni B sono prodotti con un *boost* di Lorentz che produce una lunghezza di decadimento rivelabile. La misura di quest'ultima è necessaria per fare misure di *mixing*.

Altri esperimenti con i quali BTeV va paragonato sono quelli ai collisionatori adronici, come ad esempio CDF, D0 e soprattutto LHC-B. Il vantaggio principale rispetto a quelli con fasci e^+e^- è dato dalla notevole sezione d'urto di produzione dei quark b, come si può vedere nella Tabella 2.3.

2.9.1 Confronto con CDF e D0

CDF e D0 sono due esperimenti realizzati al Tevatron, entrambi con una geometria centrale del rivelatore. Essi sono stati progettati per la fisica ad alto momento trasverso. Si ricorda, infatti, che CDF e D0 hanno scoperto il quark t. Nell'ambito della fisica del quark b, essi hanno misurato la sezione d'urto adronica di produzione di b e la vita media di adroni con sapore b. BTeV, il cui apparato rivela particelle quasi collimate col fascio, indagherà una nuova regione angolare in cui i quark b

Name	E_{cm} (Gev)	L ($pb^{-1}/anno$)	$\sigma_{b\bar{b}}$	$\sigma_{b\bar{b}}/\sigma_{tot}$	$N_{b\bar{b}}/anno$	tipo
DORIS	10.6	200	1 nb	0.2	2×10^5	e^+e^-
CESR	10.6	1000	1 nb	0.2	1×10^6	e^+e^-
LEP	93	100	5 nb	0.15	5×10^5	e^+e^-
PEP-II	10.6	3×10^4	1 nb	0.2	3×10^7	e^+e^-
KEKB	10.6	1×10^5	1 nb	0.2	1×10^8	e^+e^-
TeV I	1800	50	40 μb	10^{-3}	2×10^9	Collisionatore adronico
HERAB	820 (E_{beam})	3×10^4	12 nb	10^{-6}	3.6×10^8	Targhetta fissa (adroni)
BTeV (*)	2000	1000	100 μb	2×10^{-3}	1×10^{11}	Collisionatore adronico
LHC-B (*)	14000	1500	500 μb	5×10^{-3}	7.5×10^{11}	Collisionatore adronico

Tabella 2.3: *Caratteristiche principali dei collisionatori attuali e in fase di progettazione; (*) = in fase di progettazione*

sono prodotti. Un vantaggio della geometria dei rivelatori di BTeV rispetto a quella centrale, è di poter usare un RICH per identificare gli adroni degli stati finali.

2.9.2 Confronto con LHC-B

LHC-B è un esperimento proposto per il *Large Hadron Collider* del CERN (energia nel centro di massa pari a 14 TeV) con lo scopo di indagare sulla fisica del b in modo analogo a BTeV.

LHC-B e BTeV avranno molte caratteristiche in comune, tra cui la stessa luminosità (2×10^{32} cm^{-2} s^{-1}). Confrontando i parametri e la geometria dei due esperimenti emergono alcune differenze significative. Le caratteristiche più vantaggiose per LHC-B sono:

- la sezione d'urto di produzione dei quark b a LHC è circa cinque volte maggiore di quella di Tevatron. La differenza è data dall'energia nel centro di massa dei colliders;

- a parità di luminosità il numero medio di interazioni per *crossing* è cinque volte minore in LHC che in Tevatron, in quanto LHC ha un *crossing* ogni 25 ns, mentre Tevatron ogni 132 ns.

I vantaggi di BTeV invece sono:

- uno spettrometro a due bracci che raddoppia il numero di eventi raccolti;

- il maggiore intervallo tra due *crossing* (132 ns rispetto a 25 ns) facilita la realizzazione di un *trigger* che seleziona tracce con significativo parametro d'impatto rispetto al vertice primario;

- una minor energia del fascio (circa 7 volte) diminuisce la molteplicità di tracce per evento e il range di momento delle particelle da identificare;

- il rivelatore di vertice immerso nel campo magnetico permette al *trigger* di calcolare il momento delle particelle; è possibile in tal modo selezionare le tracce con alto momento che, subendo poco l'effetto dello scattering multiplo, meglio contribuiscono alla determinazione del vertice;

- un *trigger* di vertice basato sulla presenza di tracce con significativo parametro d'impatto rispetto al primario. Un tale criterio di selezione consentirà un maggior successo nel selezionare eventi con decadimenti di mesoni B.

Osserviamo infine che la regione d'interazione del Tevatron è molto estesa ($\sigma = 30\ cm$) rispetto a quella di LHC ($\sigma = 5\ cm$). Questa caratteristica ha lo svantaggio di richiedere un rivelatore di vertice più esteso, ma il vantaggio di avere interazioni ben distribuite lungo la direzione del fascio. Questo permette al *trigger* di distinguere con più facilità i vertici primari, che alla luminosità di BTeV sono in media 2 per *crossing*, e i vertici secondari di decadimento loro associati.

2.10 Programma di simulazione

Il programma utilizzato per la simulazione di BTeV è MCFast, un pacchetto di simulazione sviluppato per BTeV nel corso degli ultimi anni. Esso è stato studiato per determinare la geometria migliore per un esperimento sui quark pesanti al Tevatron; MCFast permette di paragonare diversi tipi di geometrie del rivelatore con varie orientazioni per il campo magnetico.

E' stato scritto in FORTRAN ed in C ed è interfacciato ai programmi di generazione standard quali Pythia, Herwing e Isajet, mediante un *common* generale StdHep.

La caratteristica principale di MCFast è quella di realizzare una ricostruzione veloce; per questo motivo si è scelto di scrivere un Monte Carlo parametrico. Il tracciamento viene eseguito in due fasi principali:

- *Track-tracing*: per ciascuna traccia generata vengono individuati tutti i punti di intersezione con le diverse componenti del rivelatore; vengono immagazzinate tutte le informazioni relative a ciascun punto di intersezione (coordinate del punto di intersezione, parametri della traccia in quel punto, tipo di materiale intersecato...).

- *Track pseudo-reconstruction*: per ogni traccia viene ripercorsa la lista di intersezioni costruita e viene scritta la matrice di covarianza che tiene conto della traettoria della traccia, dei materiali e degli spessori da essa attraversati... I parametri della traccia vengono dispersi secondo la matrice di covarianza costruita ed immagazzinati in una *structure*: essi identificano la traccia ricostruita.

Nella simulazione è possibile tener conto degli effetti dovuti a:

- decadimenti in volo;
- produzione di coppie;
- scattering multiplo;
- perdita di energia;
- *bremsstrahlung*;
- interazioni multiple nel medesimo *beam crossing*.

MCFast permette la simulazione dei *trigger* più comuni, quali quello con muone, con dimuone o con elettrone.

Capitolo 3

L'algoritmo BB33

3.1 Obiettivi e requisiti per il sistema di trigger

BTeV si propone di studiare un'ampia gamma di decadimenti di B e di utilizzare un'ampia gamma di tecniche di *tagging*. Alcuni esperimenti [8]utilizzano un *trigger* di primo livello piuttosto primitivo che però, oltre a ridurre significativamente il numero di eventi in modo tale che i successivi *trigger* possano avere un tempo di decisione maggiore, riduce anche i tipi di stati finali che sono accettati. Le strategie di *trigger* che richiedono particolari particelle negli stati finali, come ad esempio i muoni, sono un esempio di questo tipo. BTeV invece utilizzerà un *trigger* basato sulla proprietà chiave che differenzia le particelle B, e anche quelle con charm, dalle altre particelle, e cioè le loro lunghe vite medie. Questo permetterà di eliminare eventi di rumore generati da mesoni o barioni leggeri riducendo di un fattore 10^3 il numero di eventi da analizzare successivamente *off-line* pur rimanendo comunque efficiente per i decadimenti di particelle con b e c contenenti solo adroni nello stato finale, come ad esempio $B_s \to D_s K$, $B^0 \to \rho\pi$. Questa strategia richiede che il *trigger* di BTeV ricostruisca le tracce e i vertici ad ogni interazione affinchè si possa osservare il vertice di decadimento di una particella a una distanza compresa tra qualche centinaio di micron e pochi millimetri dal vertice primario. In pratica questo viene fatto ricostruendo tutti i vertici primari e selezionando gli eventi che hanno delle tracce con un grande parametro di impatto rispetto al più vicino vertice primario.

3.2 Strategia di trigger per BTeV

I due fasci di $p\bar{p}$ interagiscono nell'intersezione $C0$ in media ogni 132 ns. Il *trigger* ha a disposione questo intervallo di tempo per decidere se accettare o scartare l'evento. Per poter decidere se accettare o meno un evento in un intervallo di tempo così breve si pensa di implementare uno schema di *trigger* a tre livelli. Ciascun livello ha lo stesso obiettivo, cioè selezionare gli eventi che hanno vertici secondari staccati dal vertice primario a una distanza tipica dei decadimenti dei quark pesanti. Le differenze tra i vari livelli derivano dal fatto che i dati utilizzati nella discriminazione provengono da parti diverse del rivelatore, dal tempo medio necessario per prendere la decisione e dal tipo di hardware usato per implementarli.

Il *trigger* di primo livello ricostruisce le tracce usando le informazioni che proven-

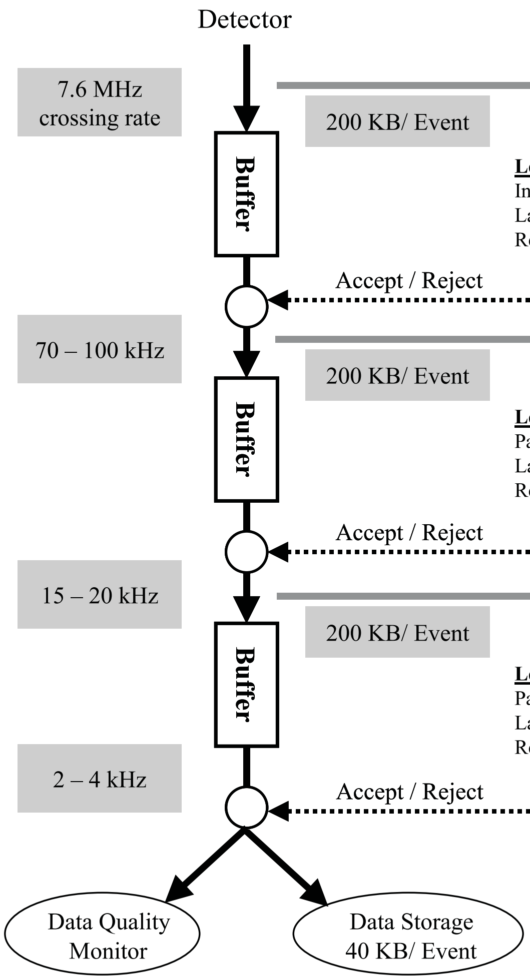


Figura 3.1: *Diagramma del flusso di eventi nei livelli di trigger.*

gono dal solo rivelatore a pixel. Dal momento che il rivelatore è immerso nel campo magnetico e ha una risoluzione spaziale minore di 10 μm, la curvatura delle tracce è sufficiente per determinarne i momenti e poter scartare quelle che, avendo un momento basso, risentono fortemente dello scattering multiplo. Queste ultime, una volta ricostruite, potrebbero apparire staccate dal vertice primario quando in effetti non lo sono e potrebbero quindi sembrare delle tracce uscenti da vertici secondari peggiorando notevolmente la reiezione del *trigger* nei confronti del fondo.

Il *trigger* di primo livello deve lavorare alla frequenza con cui si succedono gli eventi e quindi la sua implementazione è di notevole difficoltà. È capace di ottenere la ricostruzione delle tracce a queste frequenze grazie all'alta qualità, al basso rumore e all'informazione bidimensionale che viene fornita dal rivelatore a pixel.

Il primo livello deve rifiutare il 99% degli eventi di fondo, mantenendo un'alta efficienza per gli eventi contenenti quark b.

Il secondo livello ripete la stessa ricostruzione del rivelatore a pixel, ma questa volta trova tutti gli *hit* associati alla traccia. Utilizza poi le informazioni del rivelatore a pixel ma anche quelle dei tre rivelatori successivi. Le informazioni aggiuntive permettono al *trigger* di secondo livello di eliminare tracce false ricostruite male dal livello di *trigger* precedente e di misurare con maggior precisione il momento di ciascuna traccia. Questo permette di fare dei fit con una buona stima della matrice di covarianza per le tracce e quindi di migliorare la misura del parametro di impatto. Dal momento che il *trigger* di secondo livello opera solo sull' 1% degli eventi, che sono quelli che passano il primo livello, allora ha a disposizione un tempo medio, per poter decidere gli eventi da accettare, che è di circa 13.2 μs. Ci si aspetta che vengano rifiutati il 90% degli eventi che passano il *trigger* di primo livello ma che accetti il 90% di quelli contenenti B.

Il terzo livello infine ricostruisce totalmente le tracce utilizzando tutte le stazioni del rivelatore. Ricostruisce una completa visione tridimensionale dei vertici primari secondari e terziari. Ci si aspetta che il terzo livello di *trigger* sia molto vicino al 100% di efficienza per eventi che contengono B, dal momento che deve solo controllore un evento ogni 1000 e quindi ha un tempo medio per decidere pari a 132 μs.

Poiché la quantità di calcoli che il *trigger* dovrà eseguire è troppo grande per l'intervallo di tempo che esso ha a disposizione anche con i processori più veloci che saranno disponibili quando comincerà l'esperimento, si pensa di organizzare il *trigger* utilizzando un gran numero di processori in parallelo.

La Figura 3.1 mostra lo schema concettuale che si vuole adottare.

3.3 Implementazione del trigger di primo livello

L'algoritmo di *trigger* che soddisfa i requisiti di BTeV e che descriverò nei prossimi paragrafi si chiama BB33. Si stanno ancora vagliando altri algoritmi che possono eventualmente diminuire i costi e aumentare l'efficienza anche se per ora questo è quello su cui si stanno concentrando gli sforzi maggiori.

L'algoritmo è diviso in tre fasi che verranno descritte nei prossimi paragrafi:

1. ricerca di segmenti appartenenti alla traccia
2. ricerca della traccia
3. ricerca del vertice

La parte più costosa, in termini di calcolo e di filtraggio dei dati, è la prima fase che deve identificare i segmenti della traccia in tre stazioni adiacenti.

3.3.1 Algoritmo di ricerca dei segmenti della traccia

I segmenti della traccia vengono prima trovati nel piano in cui si misura con precisione la coordinata y (piano-yz) e poi confermati nel piano che misura con precisione la coordinata x (piano-xz). Per ogni insieme di tre stazioni adiacenti ($N-1$, N, $N+1$) si seguono i seguenti passi:

1. Per ogni punto significativo nel piano-yz della stazione $N-1$, si forma una doppietta trovando un altro punto nel piano-yz della stazione N.
2. Si forma poi una tripletta richiedendo l'esistenza di un terzo punto, sempre nel piano-yz, nella stazione $N+1$.
3. Si richiede poi l'esistenza di almeno due punti nel piano-xz nelle stazioni $N-1$, N, $N+1$.

Dal momento che la curvatura dovuta al campo magnetico è trascurabile a queste distanze ($\Delta z \leq 8.5\ cm$), si può utilizzare un'estrapolazione lineare nel proiettare i punti da un piano all'altro. Per limitare il combinatorio si cerca il primo punto di un segmento di traccia, chiamato "seme" della traccia, solo nelle due regioni interna ed esterna. Negli studi fatti finora la regione interna è definita dall'area che si trova entro $1cm$ dal bordo esterno del buco del rivelatore a pixel, mentre la regione esterna è quella per cui $|x|$ o $|y|$ è maggiore di 4 cm, come si vede in Figura 3.2.

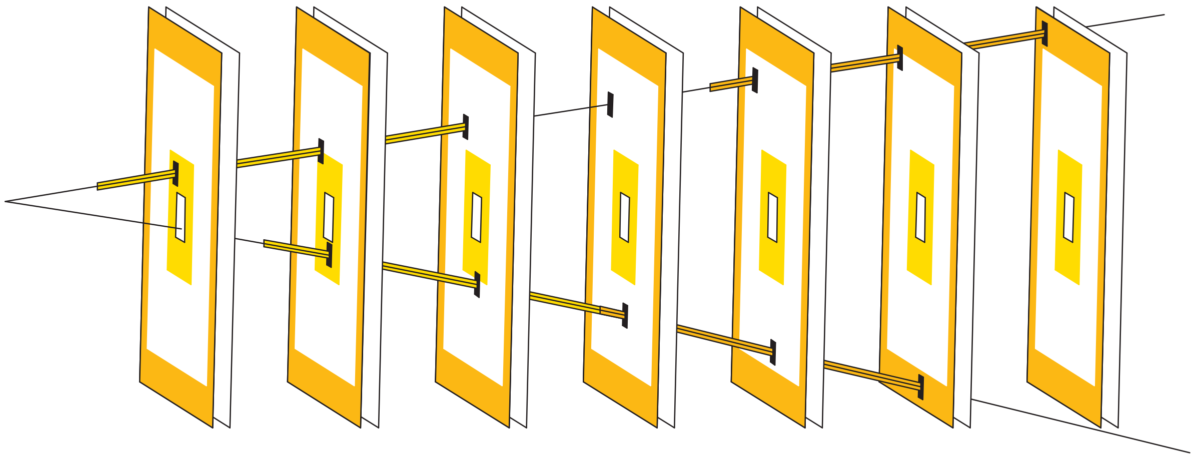


Figura 3.2: *Piani del rivelatore a pixel che mostrano le 2 regioni, interna e esterna (in giallo), dove vengono cercati i "semi" della traccia. In figura i "semi" della traccia in alto sono trovati nella prima e ultima stazione. Per la traccia in basso, invece, i "semi" sono trovati nella seconda e penultima stazione.*

3.3.2 Studi sul combinatorio

Dagli studi condotti con metodi Monte Carlo risulta che, ad ogni *crossing*, ci sono in media circa 15 *hit* per piano. Dal momento che tutti i punti lasciati sulle stazioni possono far parte di una traccia potrebbe essere necessario testare qualche centinaio di ipotesi per stazione per ogni *crossing*. Per diminuire il combinatorio si suddivide ogni piano di pixel in quattro quadranti e si cercano i segmenti di traccia contemporaneamente in tutti i quadranti di tutte le 31 stazioni.

In ogni quadrante ci sono in media ≈ 3.5 punti e il numero di ipotesi che dovrebbero essere esaminate (≈ 12) richiederebbero un lungo tempo di elaborazione.

Per poter risolvere questo problema sono utilizzati come "semi" per trovare la traccia solo i punti che si trovano nelle regioni interna ed esterna (vedi Figura 3.2). Queste restrizioni geometriche riducono il numero di ipotesi che devono essere esaminate. La scelta di queste due regioni permette di ottenere un buona ricostruzione dei vertici: infatti i punti vicini al punto di produzione della traccia danno la miglior risoluzione per quanto riguarda la proiezione verso il vertice, mentre i punti più esterni permettono di determinare in maniera abbastanza precisa i momenti.

Riassumiamo quindi il primo passo dell'algoritmo di ricerca dei segmenti:

1. si seleziona sul piano $N-1$ un punto appartenente alla regione interna precedentemente definita;

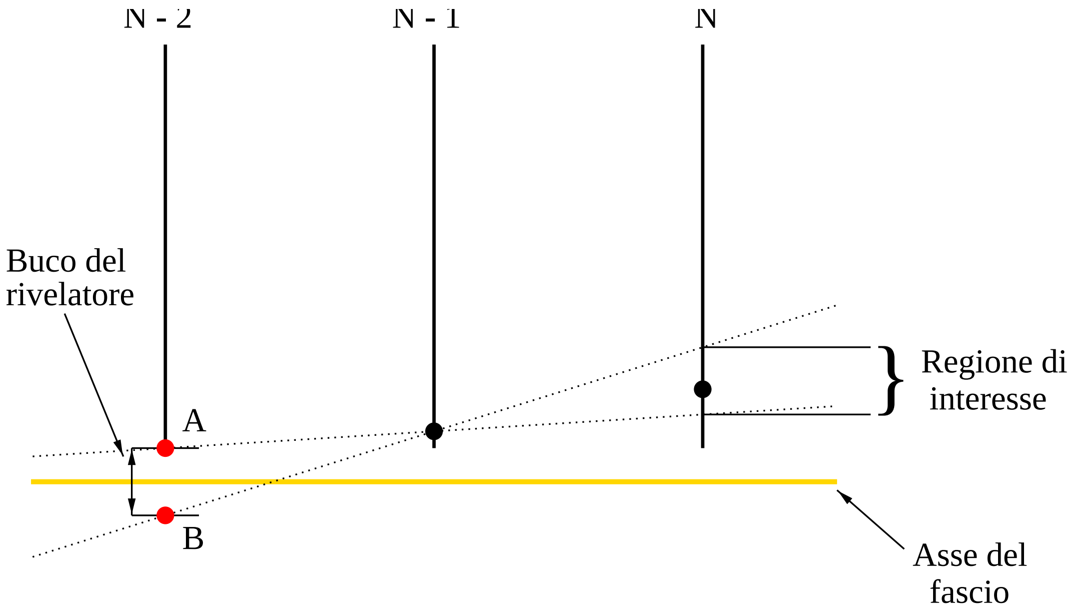


Figura 3.3: *Uso del "punto virtuale" nella ricerca dei segmenti della traccia.*

2. si delimita una regione di interesse sul piano N proiettando su di esso due rette, una passante per il punto selezionato sulla stazione $N-1$ e per il punto "virtuale" A posizionato sulla stazione $N-2$ (vedi Figura 3.3), l'altra passante sempre per il punto sulla stazione $N-1$ e per il punto "virtuale" B. La definizione della regione di interesse è importante per selezionare quei segmenti di traccia che partono dalla regione interna del rivelatore cioè dove si trovano i vertici di interazione;

3. si cerca nella regione di interesse, definita al punto 2, il secondo punto del segmento di traccia;

4. se viene trovato il punto sul piano N allora si cerca un terzo punto sul piano

$N+1$ proiettando ancora una linea retta passante per i punti trovati nelle due stazioni precedenti.

Per trovare poi i segmenti della traccia anche nella regione esterna si procede ripetendo le stesse operazioni eseguite per la ricerca dei segmenti interni, con la differenza che in questo caso si vogliono selezionare i segmenti di traccia che escono dal rivelatore.

3.3.3 Ricostruzione dei vertici

Una volta determinati i segmenti di traccia, questi passano allo stadio successivo per essere uniti e formare le tracce che vengono poi utilizzate per ricostruire i vertici primari. Per velocizzare la ricostruzione delle tracce e in seguito dei vertici, anche questa seconda fase viene attuata in parallelo inviando i dati a 32 stazioni che uniscono i segmenti. Le tracce così formate vengono successivamente inviate a 8 stazioni che hanno il compito di ricostruire i vertici.

3.4 Efficienze di ricostruzione ottenute con l'algoritmo BB33

Gli studi effettuati sull'efficienza di questo algoritmo mostrano che vengono ricostruite circa il 90% delle tracce con momenti superiori a 5 Gev/c (vedi Figura 3.4). Al di sotto di questo valore l'efficienza cade al 50% perchè nella ricerca dei segmenti di traccia viene trascurata la curvatura causata dal campo magnetico.

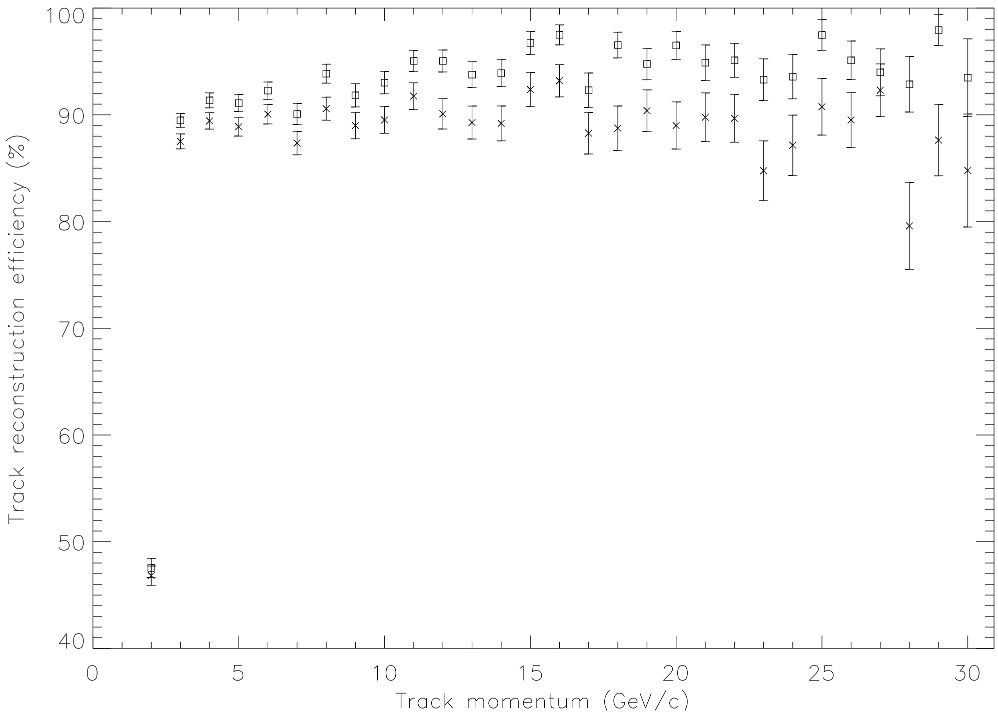


Figura 3.4: *Efficienza di ricostruzione delle tracce in funzione del momento per le tracce ricostruite nel rivelatore di vertice. I punti con le crocette mostranno l'efficienza di ricostruzione, che è circa il* 90% *sopra* 5 *GeV/c, dopo i tagli di ripulitura (vengono eliminate tracce ricostruite che condividono degli hit). I punti con i quadretti invece mostrano l'efficienza prima dei tagli.*

3.5 Efficienze di trigger ottenute con l'algoritmo BB33

Dopo aver trovato le tracce, la decisione del *trigger* di primo livello si basa sulla richiesta che almeno n tracce (tutte dirette verso un braccio dello spettrometro di BTeV) siano distanti dal vertice primario di almeno $m\sigma$. Tuttavia il parametro di impatto deve essere minore di 2 mm per escludere tracce che possono essere associate ad altri vertici primari. La Figura 3.6 mostra come l'efficienza del *trigger* vari al variare di n e m. Oltre alla richiesta sul parametro di impatto si chiede anche che le tracce che si discostano dal vertice primario abbiano un momento trasverso maggiore di 0.5 GeV/c [9]. Le efficienze per i tipici decadimenti con quark beauty sono riassunte in Tabella 3.5 mentre si ha un fattore di reiezione per gli eventi con quark leggeri pari al 99%.

3.6 Secondo e terzo livello del trigger

L'algoritmo di ricostruzione per il *trigger* di secondo livello raffina le tracce trovate al primo livello aggiungendo i punti che si trovano sui piani collocati tra i segmenti interni ed esterni e aggiunge, inoltre, i punti delle prime tre stazioni dei rivelatori successivi. Dopodiché viene fatto un fit della traccia utilizzando il *Kalman-filter* che

Process	Eff. (%)	Monte Carlo
Minimum bias	1	BTeVGeant
$B_s \rightarrow D_s^+ K^-$	74	BTeVGeant
$B^0 \rightarrow D^{*+} \rho^-$	64	BTeVGeant
$B^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0$	56	BTeVGeant
$B^0 \rightarrow J/\psi K_s$	50	BTeVGeant
$B_s \rightarrow J/\psi K^{*o}$	68	MCFast
$B^- \rightarrow D^0 K^-$	70	MCFast
$B^- \rightarrow K_s \pi^-$	27	MCFast
$B^0 \rightarrow$ 2-body modes $(\pi^+\pi^-, K^+\pi^-, K^+K^-)$	63	MCFast

Figura 3.5: *Efficienze trigger ottenute con l'algoritmo BB33 per gli eventi contenenti quark b.*

migliora ulteriormente la risoluzione sul momento. Con la richiesta della presenza di vertici secondari o tracce staccate che hanno un momento trasverso minimo, si riescono a eliminare ≈ 500 eventi di quark leggeri ogni volta che ne viene accettato erroneamente 1.

Il *trigger* di terzo livello ha accesso ai risultati dei calcoli fatti dal *trigger* di secondo livello e ha circa $100 - 200$ $\mu s/evento$ per prendere la propria decisione. Se decide che l'evento deve essere accettato, questo viene archiviato per essere utilizzato nell'analisi *off-line*[10].

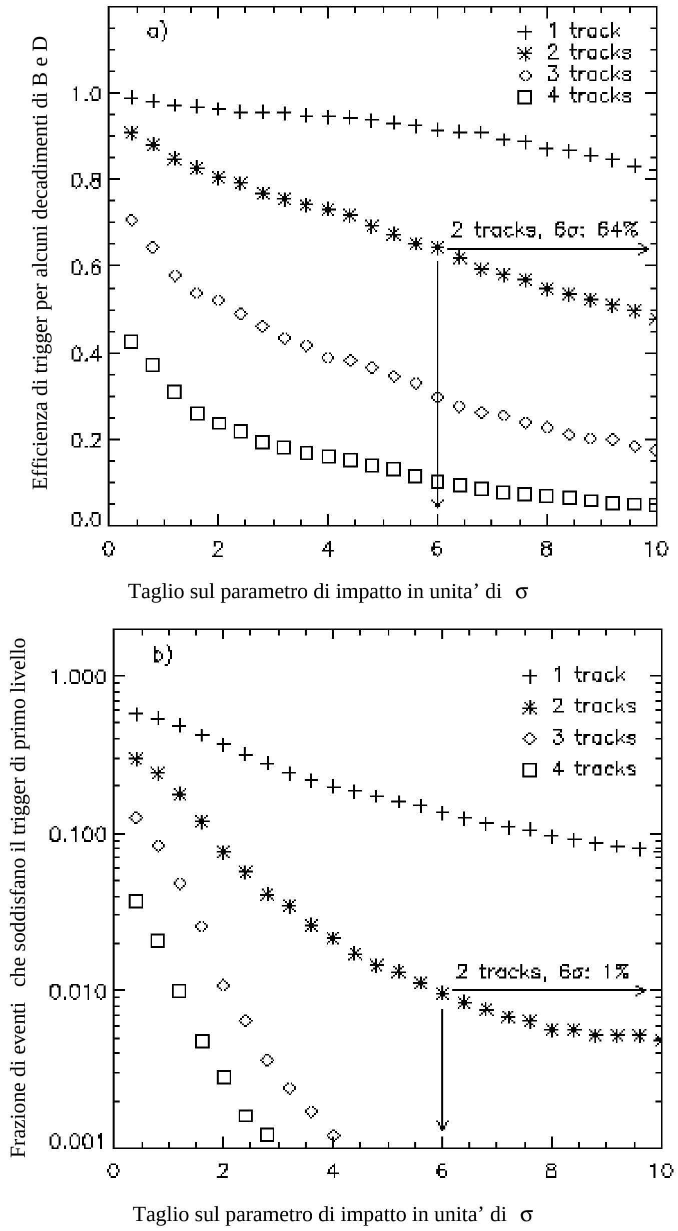


Figura 3.6: *a) Efficienza di trigger per* $B^0 \to D^{*+}\rho^-$, $D^{*+} \to \pi^+ D^0$, $D^0 \to K^-\pi^+$ *per diversi tagli sul parametro di impatto alla media di due interazioni per evento e b) frazione di eventi di qurk leggeri accettati dal trigger con le stesse richieste sul parametro di impatto. Le frecce indicano che richiedendo* $n = 2$ *e* $m > 6$ *si rifiuta il* 99% *degli eventi con un' efficienza di trigger pari al* 64%.

Capitolo 4

Traiettorie nel piano XY

4.1 Moto di una particella in un campo magnetico uniforme

Una particella con carica q che si muove con velocità v in un campo magnetico di intensità B uniforme, è soggetta a una forza F pari a

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \tag{4.1}$$

Dalla 4.1 si vede che la forza è perpendicolare al piano individuato dalla direzione del moto della particella e dalla direzione del campo magnetico. Se la velocità è ortogonale al campo magnetico, la traiettoria che ne deriva è circolare con un raggio di curvatura dipendente dalla velocità della particella e dall'intensità del campo B.

Sia z la direzione del fascio nell'acceleratore, il campo magnetico uniforme di BTeV

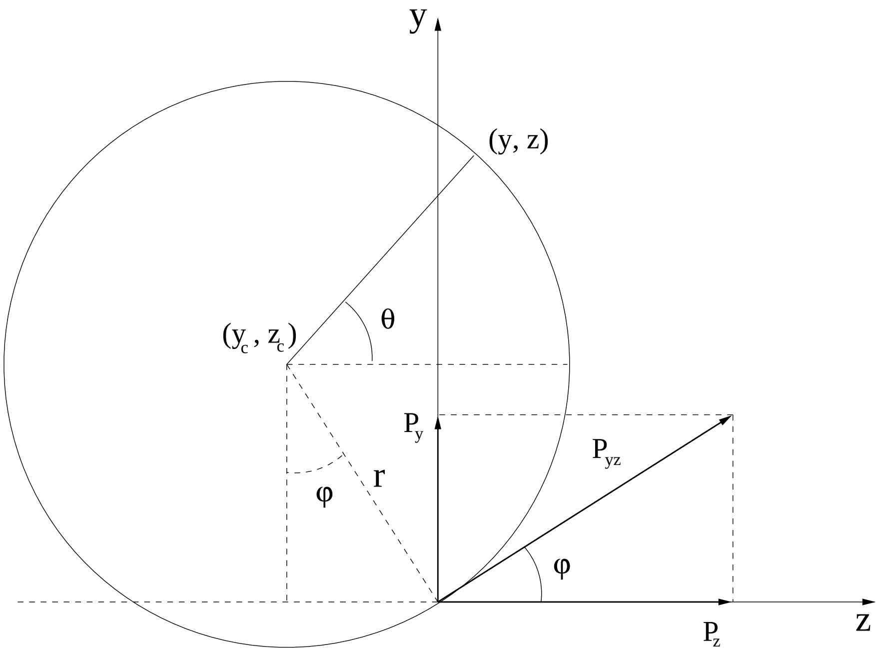


Figura 4.1: *Moto nel piano YZ di una particella in un campo magnetico.*

è orientato in direzione x. La forza dovuta alla presenza del campo magnetico agisce quindi nel piano yz curvando le traiettorie delle particelle come si vede in Figura 4.1. Analizziamo quali sono le traiettorie proiettate sui vari piani per una particella con momento iniziale P. Nel piano yz abbiamo un moto circolare descritto dalle seguenti equazioni:

$$z = r\cos\theta - z_c \tag{4.2}$$

$$y = r\sin\theta - y_c \tag{4.3}$$

dove:

$$z_c = -r \sin \varphi \tag{4.4}$$

$$y_c = r \cos \varphi \tag{4.5}$$

mentre l'angolo φ è l'angolo, nel piano YZ, con cui esce la particella e cioè:

$$cos\varphi = \frac{P_z}{P_{yz}} \tag{4.6}$$

$$sen\varphi = \frac{P_y}{P_{yz}} \tag{4.7}$$

La variazione di velocità dovuta all'azione della forza è:

$$\Delta v_{yz} = \frac{F}{m\gamma}\Delta t = \frac{q v_{yz} B}{m\gamma}\Delta t \tag{4.8}$$

con

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Si ha quindi una variazione angolare dovuta al cambio di direzione della velocità, come si vede in Figura 4.2, pari a :

$$\Delta\theta = \frac{\Delta v_{yz}}{v_{yz}} = \frac{qB}{m\gamma}\Delta t \tag{4.9}$$

Se al tempo $t = 0$ la particella si trova in $(y = 0,\ z = 0)$ allora l'angolo iniziale di uscita della particella rispetto al centro della traiettoria è $-\frac{\pi}{2} + \varphi$. Integrando si ottiene dunque l'angolo θ a cui si trova la particella dopo che è trascorso un tempo

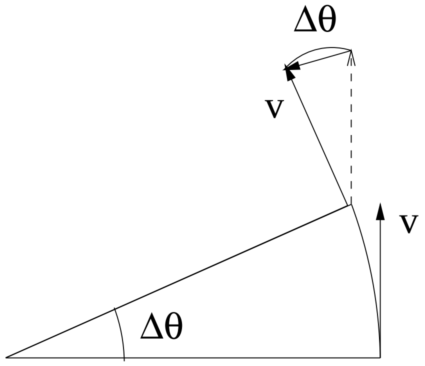


Figura 4.2: *Variazione della velocità dovuta al campo magnetico.*

t:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}+\varphi}^{\theta} \mathrm{d}\theta = \frac{qB}{m\gamma}\int_{0}^{t} \mathrm{d}t \tag{4.10}$$

da cui si ottiene

$$\theta = -\frac{\pi}{2} + \varphi + \frac{qB}{m\gamma}t$$

Calcoliamo ora il raggio di curvatura utilizzando l'equazione 4.9, infatti

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

e poiché

$$v_{yz} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

si ottiene

$$r = \frac{m\gamma v_{yz}}{qB} = \frac{P_{yz}}{qB}$$

4.1.1 Calcolo della traiettoria nel piano XY

Nel paragrafo precedente si è visto che:

$$y = r\sin\theta + r\cos\varphi \tag{4.11}$$

con

$$\theta = -\frac{\pi}{2} + \varphi + \frac{qB}{m\gamma}t$$
$$r = \frac{P_{yz}}{qB}$$

mentre per la coordinata x si ha:

$$x = \frac{P_x}{m\gamma}t$$

in quanto il campo magnetico è diretto in direzione x e quindi lungo questa direzione non si ha nessuna componente della forza. Da quest'ultima equazione si ricava il tempo t:

$$t = \frac{m\gamma}{P_x}x$$

mentre si ha:

$$\sin\theta = \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \varphi + \frac{qB}{m\gamma}t\right) = -\cos\left(\varphi + \frac{qB}{P_x}x\right)$$

Sostituendo nella 4.11 le relazioni precedentemente trovate si ottiene:

$$y = \frac{P_{yz}}{qB}\left(\cos\varphi - \cos\left(\varphi + \frac{qB}{P_x}x\right)\right)$$

ricordando che $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ si ha:

$$\cos\left(\varphi + \frac{qB}{P_x}x\right) = \cos\varphi\cos\left(\frac{qB}{P_x}x\right) - \sin\varphi sin\left(\frac{qB}{P_x}x\right)$$

sostituendo quest'ultima nella 4.11 si ottiene

$$y = \frac{P_{yz}}{qB}\left[\frac{P_z}{P_{yz}}\left(1 - \cos\left(\frac{qB}{P_x}x\right)\right) + \frac{P_y}{P_{yz}}\sin\left(\frac{qB}{P_x}x\right)\right] \tag{4.12}$$

e semplificando P_{yz} si ottiene finalmente:

$$y = \frac{1}{qB}\left[P_z\left(1 - \cos\left(\frac{qB}{P_x}x\right)\right) + P_y\sin\left(\frac{qB}{P_x}x\right)\right] \tag{4.13}$$

che è la traiettoria di una particella in moto in un campo magnetico uniforme proiettata sul piano XY. Come si vede in Figura 4.3, le traiettorie calcolate con la Formula 4.13 si adattano perfettamente ai punti lasciati dalle particelle nel rivelatore di vertice.

4.1.2 Formula approssimata della traiettoria

Per eliminare i termini in seno e coseno dall'espressione della traiettoria e quindi ottenere un'espressione più semplice, la sviluppiamo in serie di Taylor. Vediamo innanzitutto se l'approssimazione che ne deriva è una buona approssimazione. Per fare ciò bisogna stimare l'argomento delle funzioni che vengono sviluppate (qui seno e coseno) nel peggiore dei casi possibili, cioè quando questo è massimo, e vedere se l'errore che si ottiene con l'approssimazione è ragionevole.

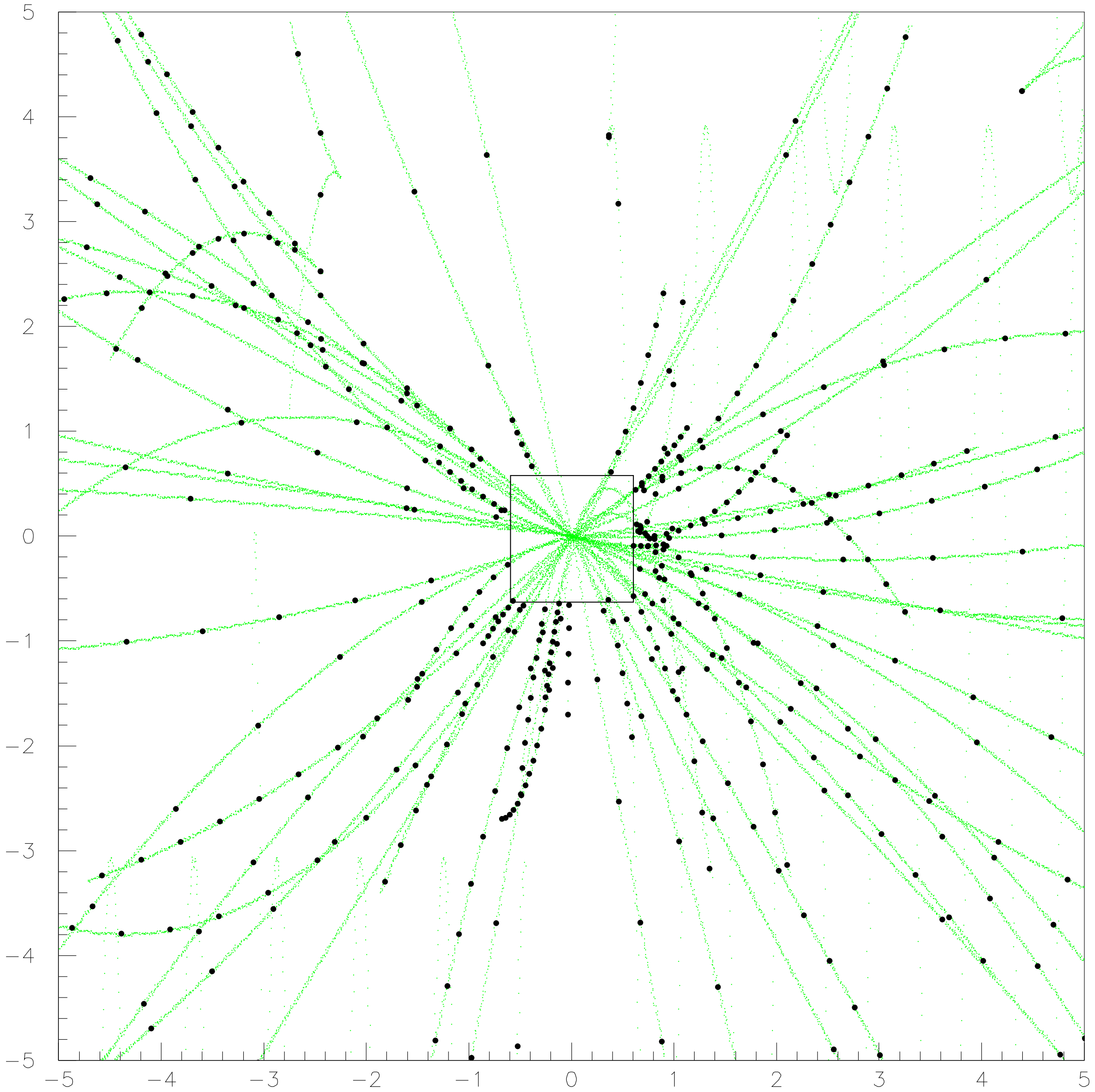


Figura 4.3: *In verde sono disegante le tracce ricostruite utilizzando la formula ricavata per il piano XY. I punti neri sono i segnali ricostruiti dal programma di simulazione Monte Carlo per il rivelatore di vertice.*

Il termine che dobbiamo prendere in considerazione è

$$qBf\frac{x}{P_x}$$

dove f è un fattore di conversione per le unità di misura e vale $3 \cdot 10^{-3}\frac{Gev/c}{cm \cdot T}$ se si misurano le distanze in cm, i momenti in Gev/c e il campo magnetico in Tesla. Siccome le particelle che si considerano hanno carica $q = 1$, allora il termine qBf vale

$$qBf = 1.6 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\frac{Gev/c}{cm} = 4.8 \cdot 10^{-3}\frac{Gev/c}{cm}$$

essendo il campo magnetico di BTeV pari a 1.6 Tesla.

Calcoliamo ora quanto vale il termine $\frac{x}{P_x}$ ricordando che

$$\frac{x}{P_x} = \frac{t}{m\gamma} = \frac{c \cdot t}{E/c} \tag{4.14}$$

L'argomento in questione, $qBf\frac{x}{P_x}$, raggiunge il suo valore massimo e quindi l'approssimazione peggiore quando x/P_x è massimo o, come si vede dalla 4.14, quando ct è grande e E/c è piccolo. Se si considera che le particelle sono relativistiche, e quindi viaggiano a una velocità $v \approx c$, allora ct è lo spazio che queste percorrono in un tempo t. Avere quindi ct grande significa che la particella passa tanto tempo nel rivelatore o, equivalentemente, che ne percorre all'interno la massima distanza possibile che è pari alla lunghezza del rivelatore stesso, e cioè nel nostro caso $128cm$. E è invece l'energia della particella. Dal momento che le tracce che dobbiamo distinguere sono quelle che hanno un momento superiore a $3Gev/c$ e che più piccola è l'energia della particella più grande è il termine che si sta considerando allora il caso in cui $\frac{x}{P_x}$ è massimo lo si ha quando si ha una particella a basso momento, $P = 3Gev/c$, e con una massa piccola, ad esempio l'elettrone, che può quindi essere trascurata. Si ottiene cosi̇̀

$$\frac{E}{c} \approx P \approx 3 \cdot Gev/c$$

Il termine che stiamo considerando vale quindi

$$\frac{x}{P_x} = \frac{128 \cdot cm}{3 \cdot Gev/c} \approx 43 \cdot \frac{cm}{Gev/c}$$

Nel peggiore dei casi si ha dunque un valore dell'argomento pari a

$$qBf\frac{x}{P_x} \approx 0.2064$$

Vediamo l'errore che si ottiene sviluppando il seno ed il coseno fino ai termini del secondo ordine. Nel caso del seno, si ha che $\sin(qBf\frac{x}{P_x}) \approx qBf\frac{x}{P_x}$, e quindi l'errore frazionario risulta

$$\frac{qBf\frac{x}{P_x}}{\sin(qBf\frac{x}{P_x})} = \frac{0.2064}{0.2049} = 1.007$$

cioè inferiore all' 1%. Analogamente l'errore che si ottiene sviluppando il coseno, $\cos(qBf\frac{x}{P_x}) \approx 1 - \frac{1}{2}qBf\frac{x}{P_x}$ è dato da

$$\frac{1 - \frac{1}{2}qBf\frac{x}{P_x}}{\cos(qBf\frac{x}{P_x})} = \frac{1 - 0.0213}{0.9788} = \frac{0.9787}{0.9788} = 0.999$$

cioè inferiore allo 0.1%.

Si può quindi procedere allo sviluppo di Taylor della formula che descrive il moto di una particella proiettato nel piano XY

$$y = \frac{1}{qB}\left[P_z\left(1 - 1 + \frac{1}{2}\Big(\frac{qB}{P_x}x\Big)^2\right) + P_y\left(\frac{qB}{P_x}x\right)\right] \tag{4.15}$$

ottenendo, con un errore ¡ dell'1%

$$y = \frac{P_y}{P_x}x + \frac{1}{2}\frac{qBP_z}{P_x^2}x^2 \tag{4.16}$$

L'equazione precedente è stata ricavata supponendo che la particella sia stata generata nel punto di coordinate $(0, 0, 0)$, è evidente che per generalizzare l'equazione trovata basta fare una semplice traslazione degli assi nel punto (x_0, y_0, z_0) dove eventualmente viene prodotta la particella, sostituendo $x \to x - x_0$, $y \to y - y_0$ e $z \to z - z_0$.

Nel piano XY la traiettoria viene approssimata quindi bene da una parabola per tutto il volume del rivelatore di vertice.

4.1.3 Traiettoria nel piano XZ

Analogamente a come è stata ricavata la traiettoria nel piano XY otteniamo la traiettoria che descrive il moto nel piano XZ.

Seguendo gli stessi passi precedentemente fatti, basta sostituire le relazioni trovate nell'equazione

$$z = r\cos\theta - r\sin\varphi$$

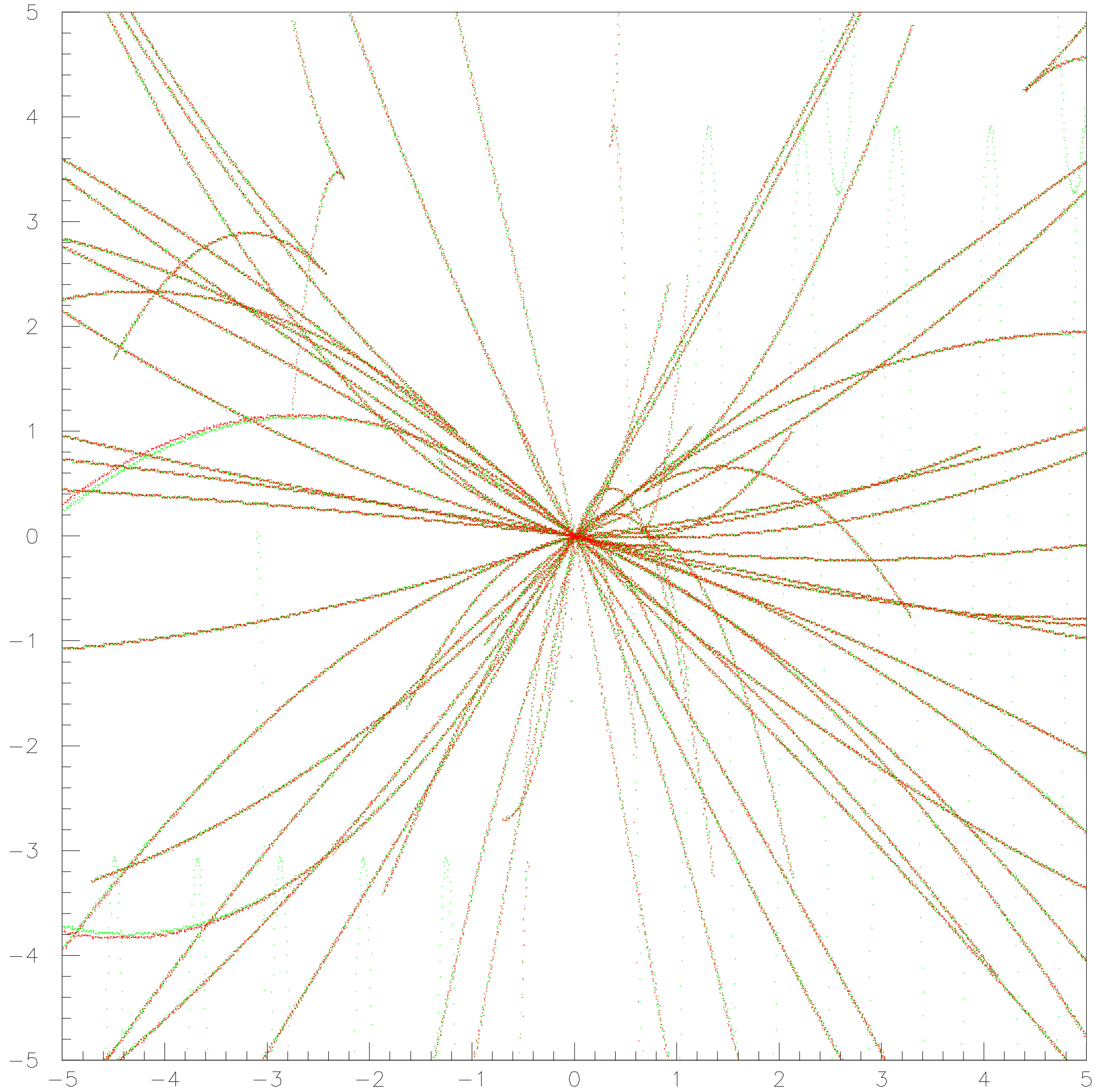


Figura 4.4: *Le traiettorie disegnate in verde sono quelle ottenute con la formula ricavata per il piano XY, mentre quelle disegnate in rosso sono ottenute utilizzando l'approssimazine di Taylor al secondo ordine. Come si vede, a parte poche tracce che hanno basso momento, la sovrapposizione dei due tipi di curve è ottima.*

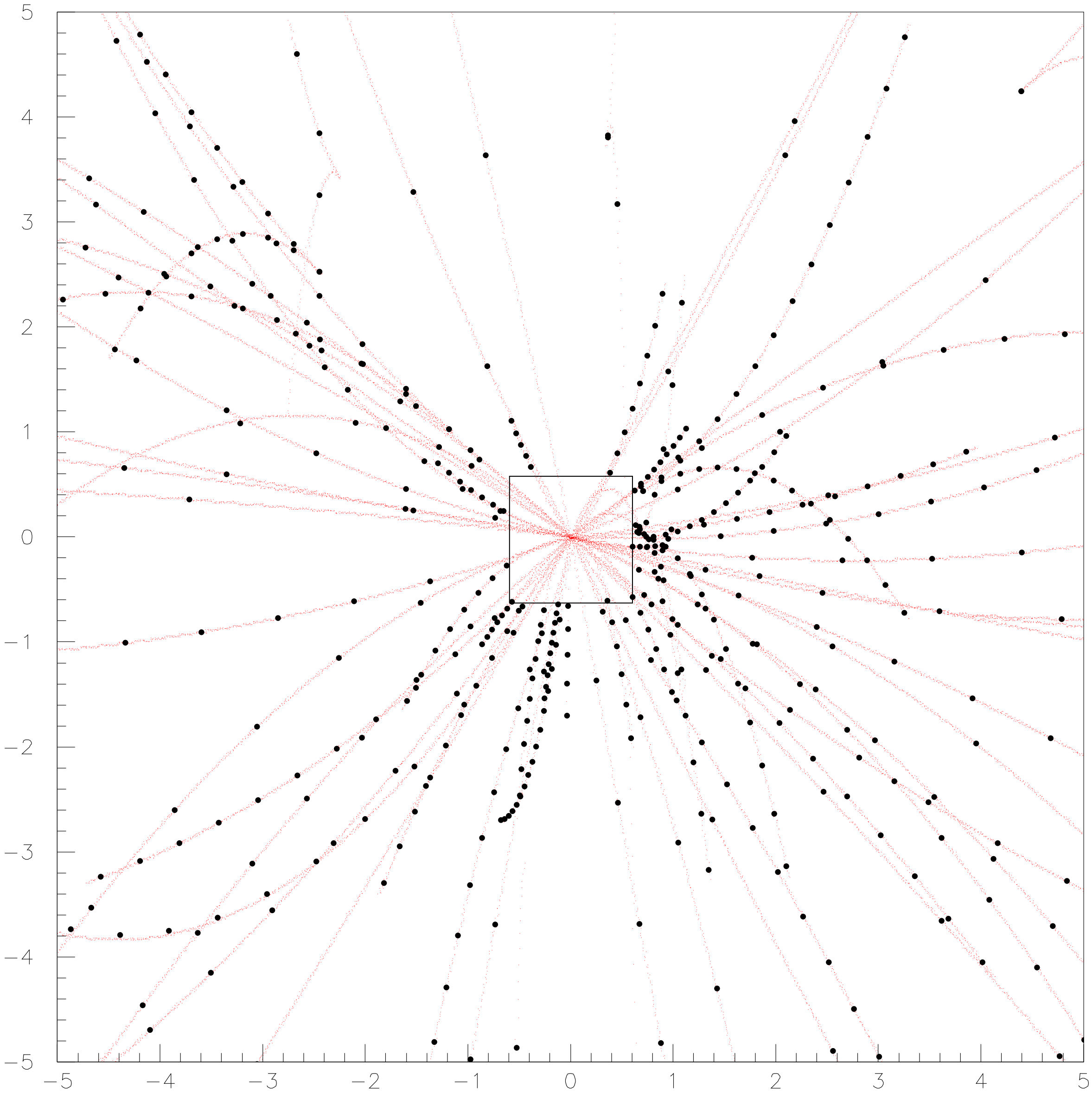


Figura 4.5: *Le traiettorie disegnate in rosso sono quelle ottenute con l'approssimazione di Taylor mentre i punti neri sono i segnali ricostruiti dalla simulazione Monte Carlo nel rivelatore di vertice.*

Si ottiene così

$$z = \frac{1}{qB}\left[P_y\left(\cos\left(\frac{qB}{P_x}x\right) - 1\right) + P_z \sin\left(\frac{qB}{P_x}x\right)\right] \tag{4.17}$$

e sviluppando si ottiene

$$z = \frac{P_z}{P_x}x - \frac{1}{2}\frac{qBP_y}{P_x^2}x^2$$

Diversamente dal moto in XY, in questo caso, si vede che il termine di secondo grado può essere trascurato. Come abbiamo visto, approssimando il seno e il coseno si ottiene per entrambi un errore inferiore all'1%, ma nel caso del moto nel piano XY è il termine del secondo ordine che viene moltiplicato per un fattore molto grande, P_z, e quindi non può essere trascurato, mentre nel caso del moto nel piano XZ il fattore moltiplicativo P_z si trova al primo ordine.

Capitolo 5

L'algoritmo di trigger

5.1 Introduzione

In questo capitolo descriverò l'algoritmo di ricostruzione delle tracce per il *trigger* che ho realizzato nel corso di questo lavoro di tesi. L'originalità dell'algoritmo consiste nel ricostruire le tracce utilizzando la vista XY. Il vantaggio che deriva da questa scelta è che in fase di ricostruzione si può imporre che tutte le tracce provengano da una piccola regione attorno all'origine delle coordinate. Si limita così il combinatorio nella ricerca dei segnali associati alla traccia sui vari piani del rivelatore a pixel. Vediamo dunque come procede l'algoritmo.

5.2 Approssimazione dei punti

Per semplificare e rendere più efficiente la ricostruzione, il primo passo dell'algoritmo consiste nel ricavare dalle due misure effettuate nei due rivelatori di ogni stazione una coordinata equivalente. In tal modo il processo di ricerca dei punti della traiettoria viene drasticamente semplificato.

5.2.1 Scelta delle coordinate migliori per ciascun piano

Nel Paragrafo 2.5.1 si è visto che il rivelatore di vertice è formato da 31 stazioni ciascuna composta da due piani di pixel di silicio in cui un piano misura con precisione la coordinata x, $(x_p,\ y_i)$, mentre l'altro la coordinata y, $(x_i,\ y_p)$.

Il punto equivalente utilizzato per la ricostruzione si ottiene prendendo dai due piani solo le coordinate $(x_p,\ y_p)$ misurate con maggior precisione e trascurando quelle più imprecise x_i e y_i.

Ho dimostrato che la traiettoria passante per i punti così ottenuti è ancora descritta con buona approssimazione dalle equazioni precedentemente trovate. Si è visto nel Paragrafo 4.1.2 che nel piano XY si hanno, con buona approssimazione, delle traiettorie paraboliche. Si supponga di avere delle misure precise dei punti lasciati

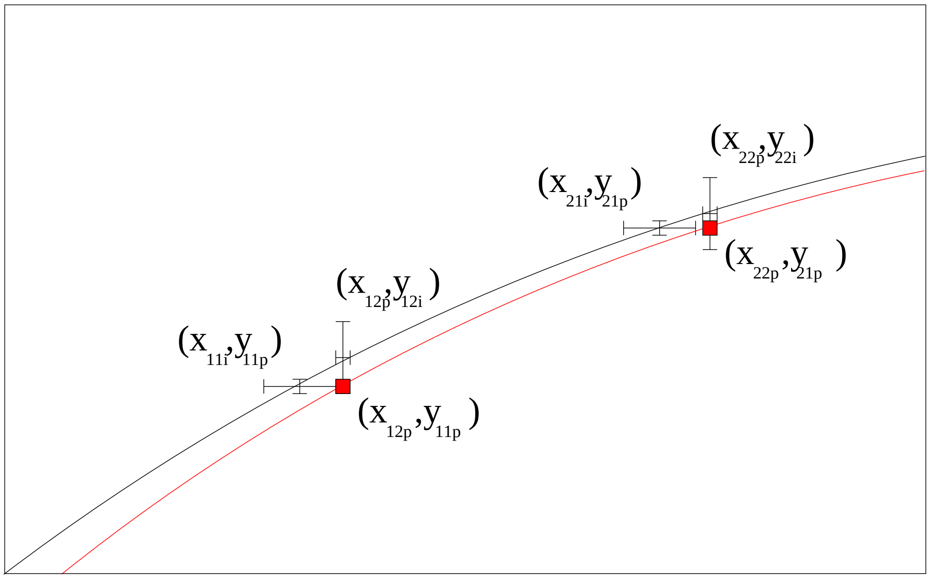


Figura 5.1: *Traslazione della parabola dovuta alla scelta dei punti misurati con precisione migliore.*

dalle particelle sui piani. Le coordinate misurate sui piani del rivelatore sono:

$$(x_{11}, y_{11}, z_{11}) \quad (x_{12}, y_{12}, z_{12}) \quad \text{per la prima stazione}$$

$$(x_{21}, y_{21}, z_{21}) \quad (x_{22}, y_{22}, z_{22}) \quad \text{per la seconda stazione}$$

Le coordinate x e y saranno tra loro legate dai coefficienti parabolici a, b e c, per cui si ha:

$$y_{11} = ax_{11}^2 + bx_{11} + c \quad \text{e} \quad y_{12} = ax_{12}^2 + bx_{12} + c$$

$$y_{21} = ax_{21}^2 + bx_{21} + c \quad \text{e} \quad y_{22} = ax_{22}^2 + bx_{22} + c \tag{5.1}$$

Come si è visto nel Paragrafo 4.1.3, nel piano XZ le traiettorie sono con buona approssimazione rettilinee, quindi le coordinate x e z sono legate tra loro dalle seguenti relazioni:

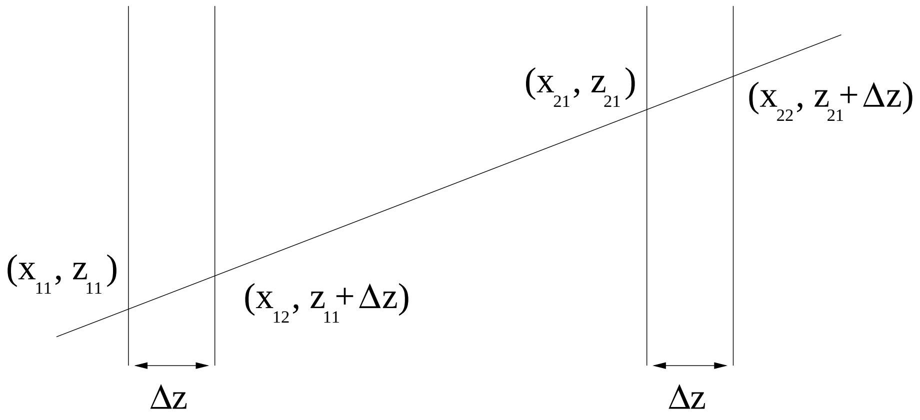


Figura 5.2: *Traiettoria vista nel piano XZ.*

$$x_{11} = mz_{11} + q \quad \text{e} \quad x_{12} = mz_{12} + q = m(z_{11} + \Delta z) + q$$

$$x_{21} = mz_{21} + q \quad \text{e} \quad x_{22} = mz_{22} + q = m(z_{21} + \Delta z) + q \tag{5.2}$$

con Δz costante essendo la distanza tra i piani. Sviluppando si ottiene

$$x_{11} = x_{12} - m\Delta z \tag{5.3}$$

e analogamente per i punti sulla seconda stazione

$$x_{21} = x_{22} - m\Delta z \tag{5.4}$$

Si vogliono ora ridurre le coordinate dei due punti appartenenti alla stessa stazione in un unico punto e dimostrare che anche per i punti così ottenuti passa una curva che è ancora una parabola.

$$
\begin{array}{ccc}
(x_{11}, y_{11}, z_{11}) & \searrow & \\
 & & (x_{12}, y_{11}, z_{11} + \Delta z) \\
(x_{12}, y_{12}, z_{12}) & \nearrow &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccc}
(x_{21}, y_{21}, z_{21}) & \searrow & \\
 & & (x_{22}, y_{21}, z_{21} + \Delta z) \\
(x_{22}, y_{22}, z_{22}) & \nearrow &
\end{array}
$$

Si trova ora come sono legate tra loro le coordinate dei due punti equivalenti sostituendo le relazioni 5.3 e 5.4 nelle equazioni 5.1. In tal modo si ottiene:

$$y_{11} = ax_{12}^2 + (b - 2am\Delta z)x_{12} + c + qm^2\Delta z^2 - bm\Delta z$$

e

$$y_{21} = ax_{22}^2 + (b - 2am\Delta z)x_{22} + c + qm^2\Delta z^2 - bm\Delta z$$

Da queste due relazioni si vede quindi che questi due punti sono ancora legati tra loro da una stessa parabola.

5.3 Selezione dei punti equivalenti in ogni stazione

Per ogni *hit* del primo piano di ogni stazione si calcola la distanza, nel piano XY, da tutti gli *hit* presenti sul secondo piano e gli si associa quello che risulta più vicino. Alcune tracce accendono un *hit* su un piano solo della stazione. Per evitare che questo venga erroneamente associato si richiede che gli *hit* siano distanziati al massimo di 1.5 mm. Infatti, come si vede dalla Figura 5.3 circa il 98% dei punti delle tracce, che hanno un momento $p > 3\ GeV/c$ e che hanno colpito almeno tre stazioni, soddisfano questo taglio. Come si vede in Figura 5.4 l'algoritmo effettivamente associa correttamente circa il 99% dei punti mentre (vedi Figura 5.5) nel restante 1% dei casi o si associano punti appartenenti a tracce diverse o, in numero ancora minore, l'*hit* non viene associato.

Alla fine di questa fase l'algoritmo utilizza solo i punti equivalenti trovati e non considera i punti che non sono stati associati.

5.4 Ricostruzione delle tracce

Terminata la fase di riduzione a punti equivalenti, per ogni punto vengono calcolati gli angoli e le distanze dal centro delle coordinate. Gli *hit* vengono poi ordinati in un vettore in modo crescente a seconda della loro distanza.

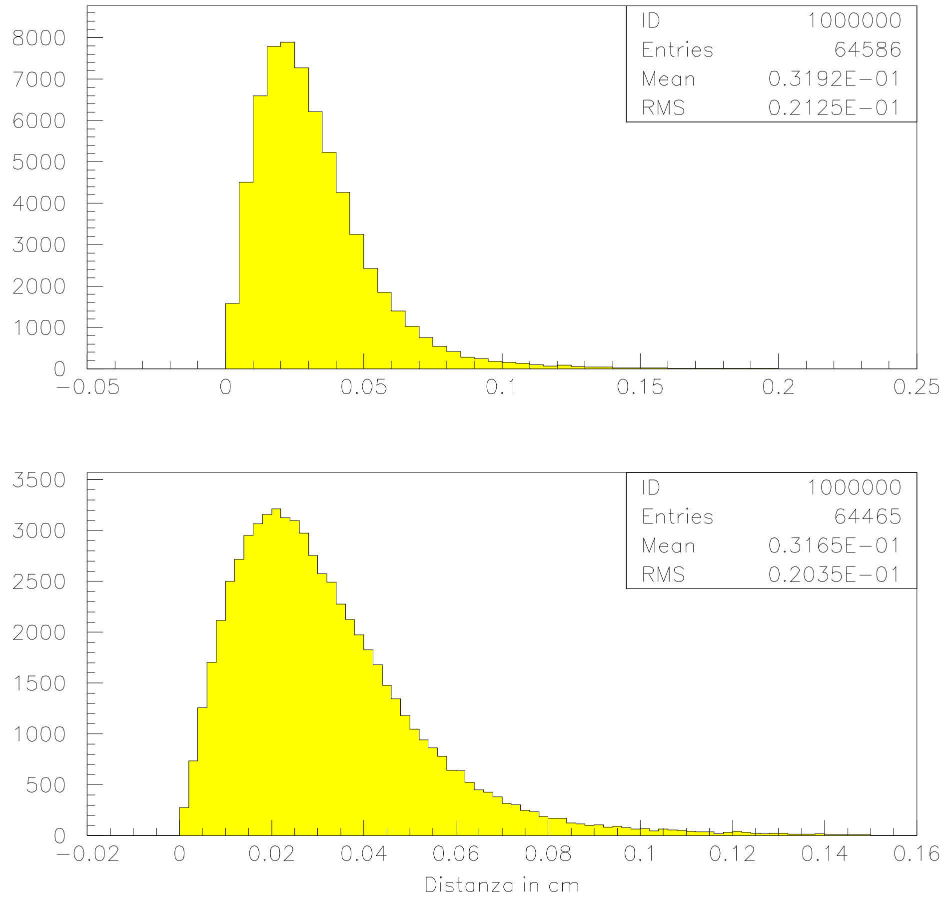


Figura 5.3: *Distanza calcolata nel piano XY per due punti della stessa stazione appartenenti alla stessa traccia.*

5.5 Associazione del primo punto con il secondo

Si calcola la differenza degli angoli, determinati nella fase di ordinamento, tra il primo elemento del vettore e tutti gli elementi successivi, che corrispondono agli *hit* delle due stazioni adiacenti, ($N-1$ o $N+1$), a quella del primo punto (N). Considero come punti iniziali di una traccia tutte le coppie la cui differenza angolare

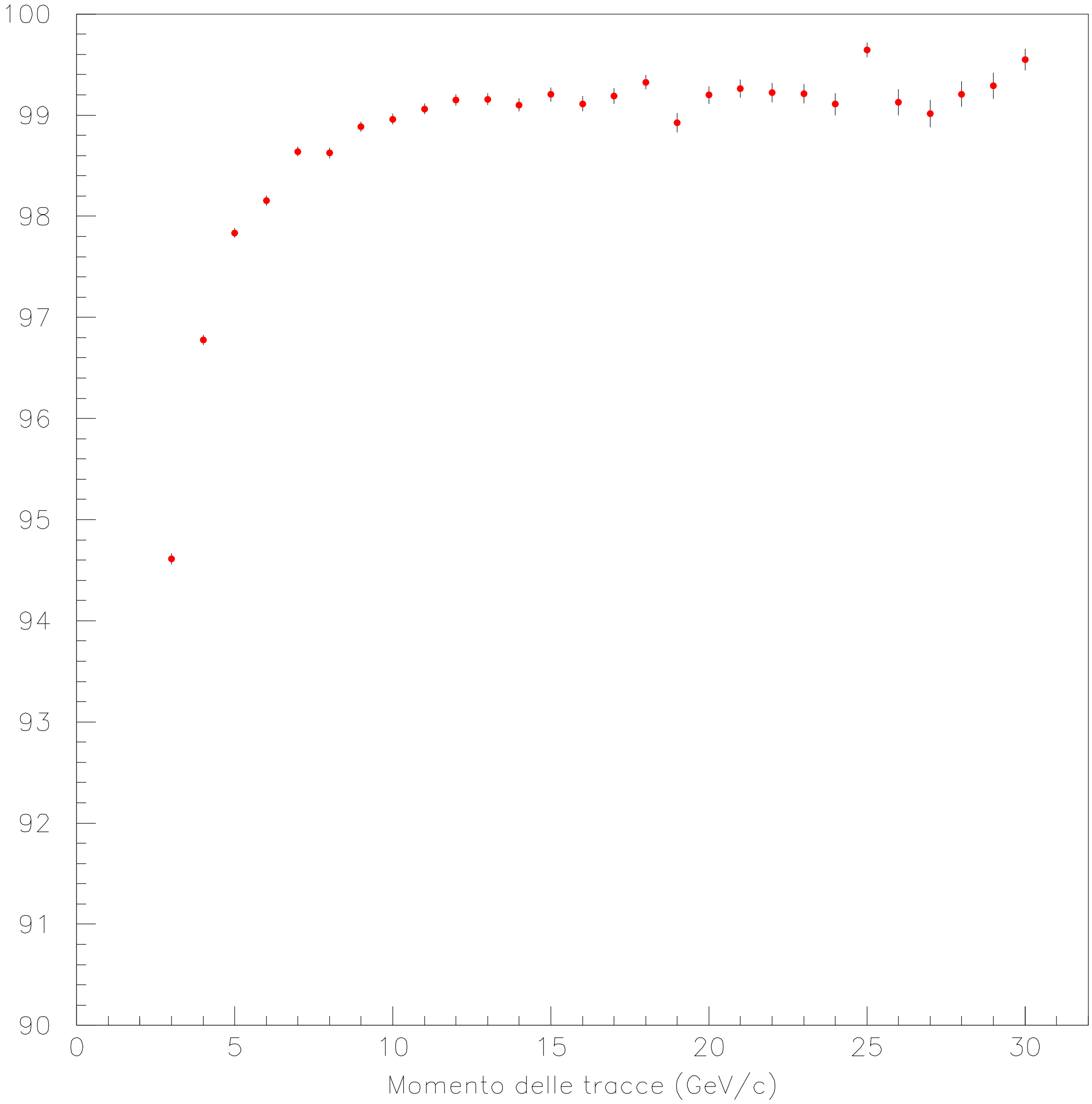


Figura 5.4: *Efficienza di associazione per i punti appartenenti a una stessa stazione. Si vede che per ogni punto Montecarlo sono stati associati correttamente circa il* 98% *dei punti per le tracce che hanno un momento superiore a* 5 *GeV/c.*

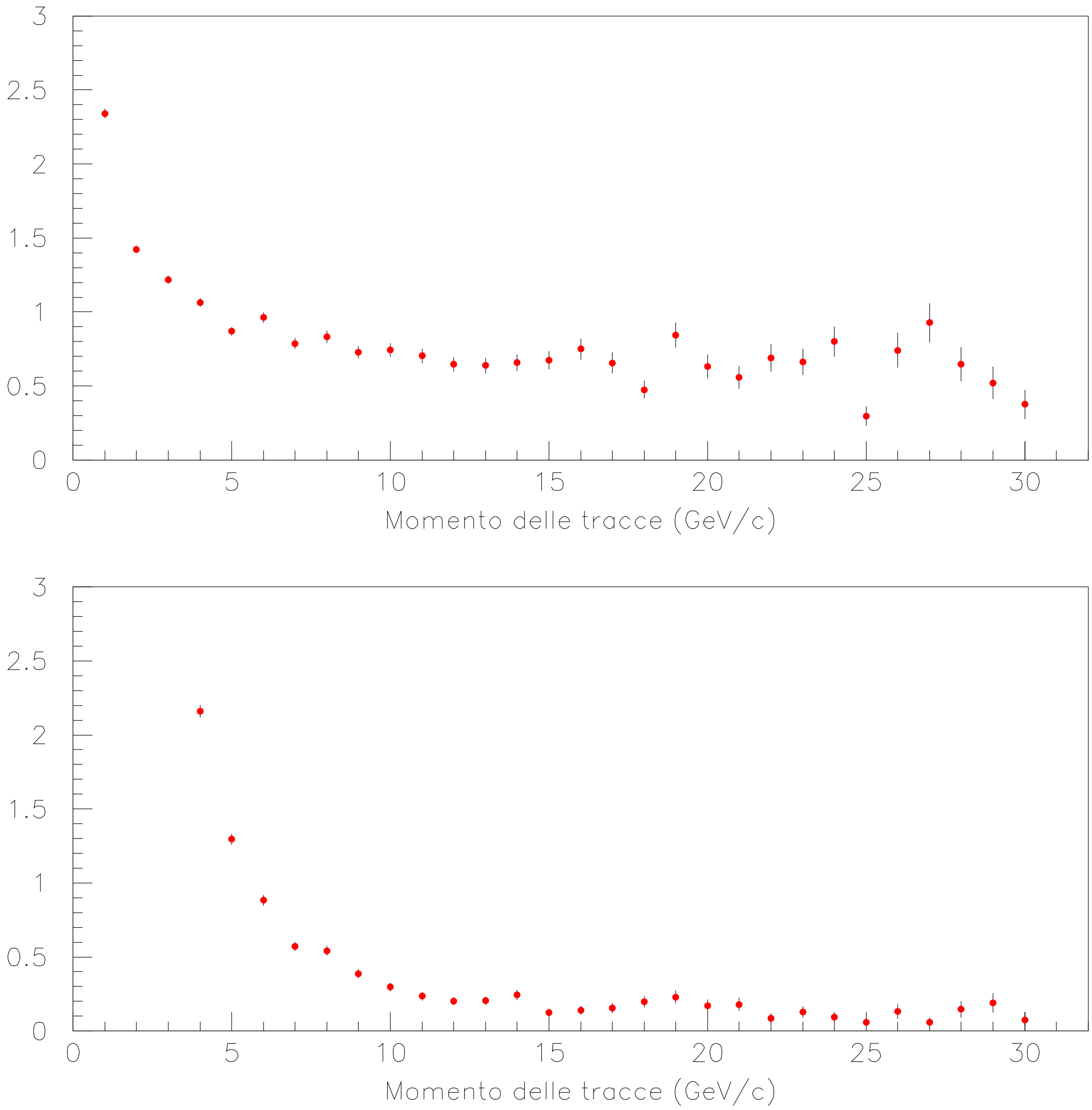


Figura 5.5: *Inefficienza di associazione per i punti appartenenti a una stessa stazione. a) Nell'* 1% *dei casi circa si associano due punti appartenenti a tracce diverse. b) Solo nello* 0.2% *dei casi circa i punti non vengono associati.*

è compresa tra ± 6 gradi. Questo taglio è schematizzato in Figura 5.6. Come si

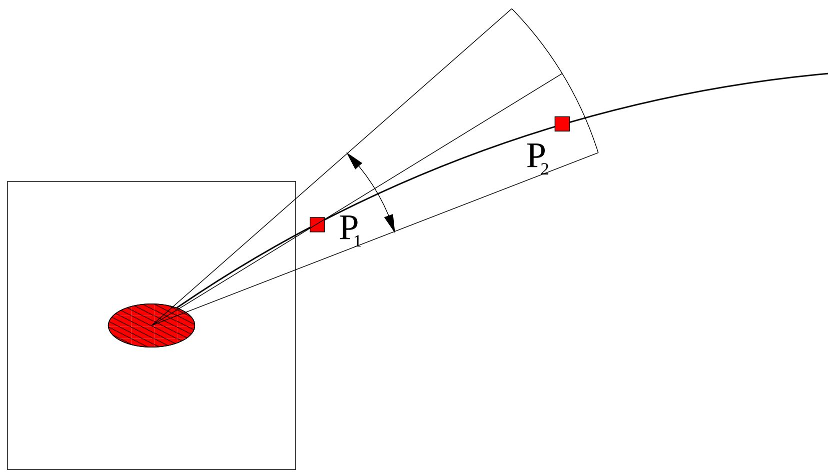


Figura 5.6: *Ricerca del secondo punto della traccia tramite un taglio angolare.*

vede dalle distribuzioni angolari dei secondi punti rispetto ai primi, Figura 5.7, con un'apertura angolare pari a ± 6 gradi sono compresi quasi il 99% dei secondi punti per le tracce con momento superiore a 3 Gev/c.

Nel caso in cui all'interno della regione angolare non venga trovato alcun punto, scartiamo il primo elemento e ripetiamo il processo partendo dal successivo.

5.6 Associazione dei primi 2 punti trovati con il terzo

Si prolungano ora i segmenti di traccia, precedentemente trovati, utilizzando un'approssimazione parabolica (vedi Paragrafo 4.1.2). Poiché una parabola è determinata

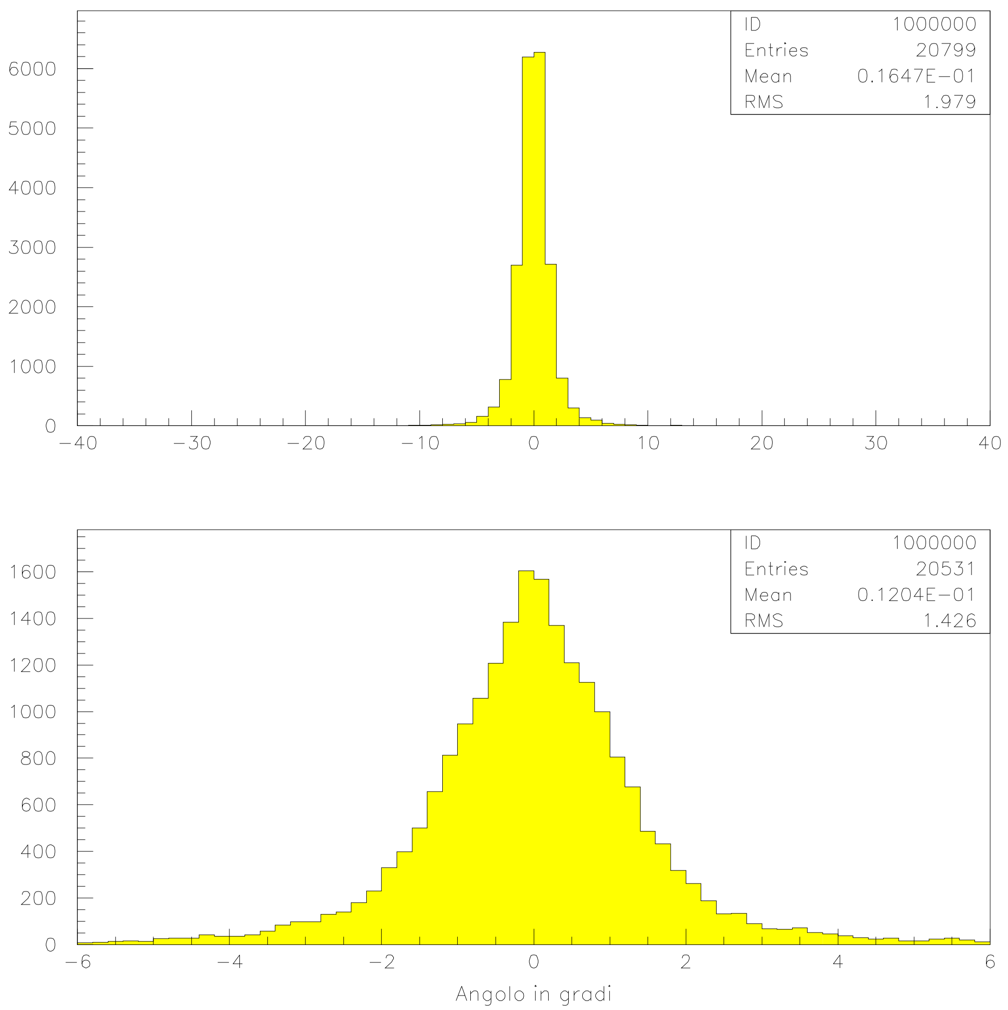


Figura 5.7: *a) Distribuzione angolare del secondo punto, rispetto al primo, delle tracce che hanno almeno 3 hit e un momento superiore a* 3 *Gev/c. b) Stessa distribuzione, ma si limita l'apertura angolare a quella usata nell'algoritmo che e' di* ± 6 *gradi.*

univocamente da tre punti e per ora sono state costituite solo delle coppie, è necessario imporre un ulteriore vincolo. Per ogni coppia determiniamo i parametri a e b della parabola imponendo che essa passi per l'origine delle coordinate ($c = 0$).

Per ogni elemento restante del vettore, che richiediamo appartenga al piano $N+2$ se il secondo punto appartiene al piano $N+1$ o al piano $N-2$ nel caso in cui il secondo punto appartenga al piano $N-1$, si calcola la distanza dalla parabola e si prolungano i segmenti con i punti che risultano essere più vicini.

Per utilizzare lo stesso taglio in tutte le regioni del rivelatore ho dovuto usare la distanza del punto dalla tangente alla parabola. Infatti quando l'errore (Δx) sulla misura della posizione dei punti diventa confrontabile con la distanza tra due punti successivi ci troviamo in una zona della traccia in cui il coefficiente angolare della tangente alla traccia stessa è molto grande. Come si vede in Figura 5.8 ad una piccola variazione in x corrisponde una variazione in y elevata. Quindi un errore sulla misura della coordinata x implica un allargamento dell'intervallo dell'accettanza dei punti in y pari a $\approx m$. Per questo motivo, non si può semplicemente sostituire nella formula della parabola trovata la coordanita x dei punti e confrontare la y calcolata con la y del punto stesso. Il taglio da me utilizzato, invece, non risente di questo effetto (vedi Figura 5.9).

Il vincolo introdotto per la ricerca del terzo punto è responsabile della coda nella distribuzione rappresentata in figura 5.10. Da questa distribuzione si vede che $\approx 98\%$ dei terzi punti di una traccia ha una distanza dalla tangente alla parabola minore di 600 μm. Si deduce così che se non si trova alcun punto che abbia una distanza inferiore a 600 μm il segmento di traccia costituito dai soli due punti deve

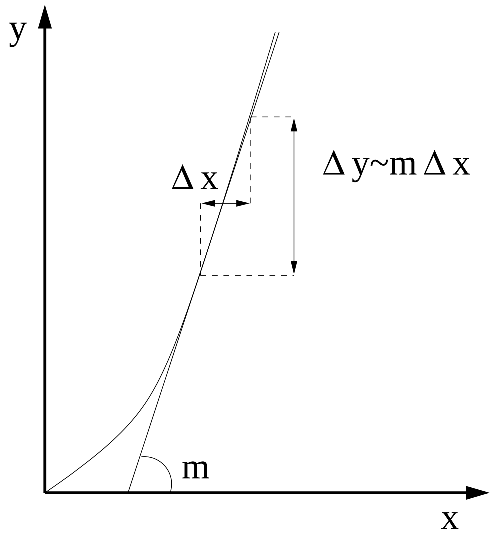


Figura 5.8: *Dato un errore Δx, nella misura del punto, questo viene amplificato di un fattore m sulla coordinata y.*

essere scartato.

Nel caso in cui non è stato ricostruito alcun segmento di almeno tre punti, scartiamo il primo elemento e ripetiamo il processo partendo dal successivo.

5.7 Associazione del quarto punto

A questo punto dell'algoritmo si arriva con uno o più segmenti di traccia costituiti da tre punti ciascuno. Per ognuno di essi si determina la parabola associata. Per ogni elemento del vettore si calcola la distanza del punto dalla tangente alla parabola. Il punto che risulta più vicino viene utilizzato per prolungare i segmenti di traccia.

Dal confronto tra le Figure 5.11 e 5.10, si vede che calcolando tutti e tre i parametri

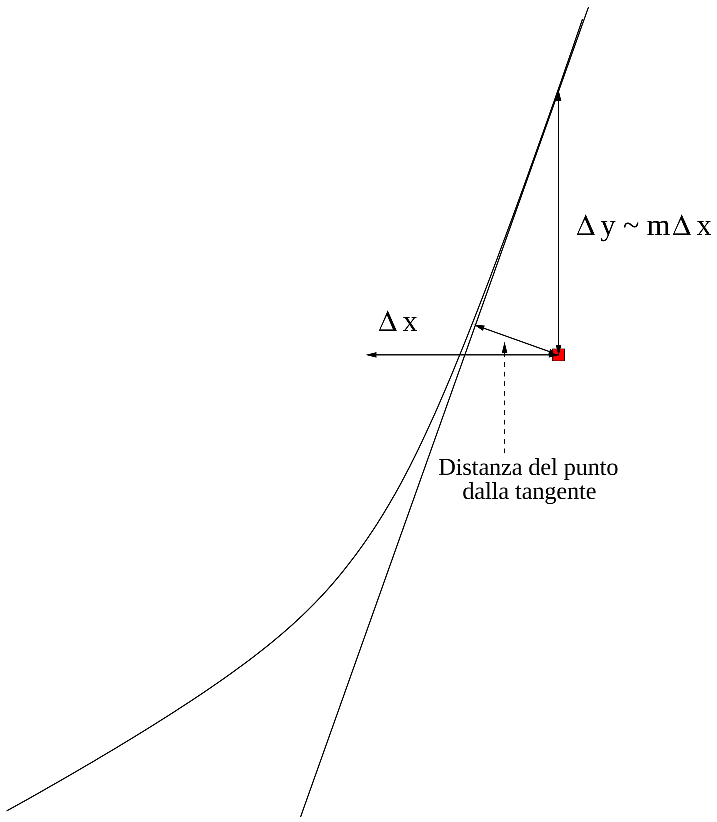


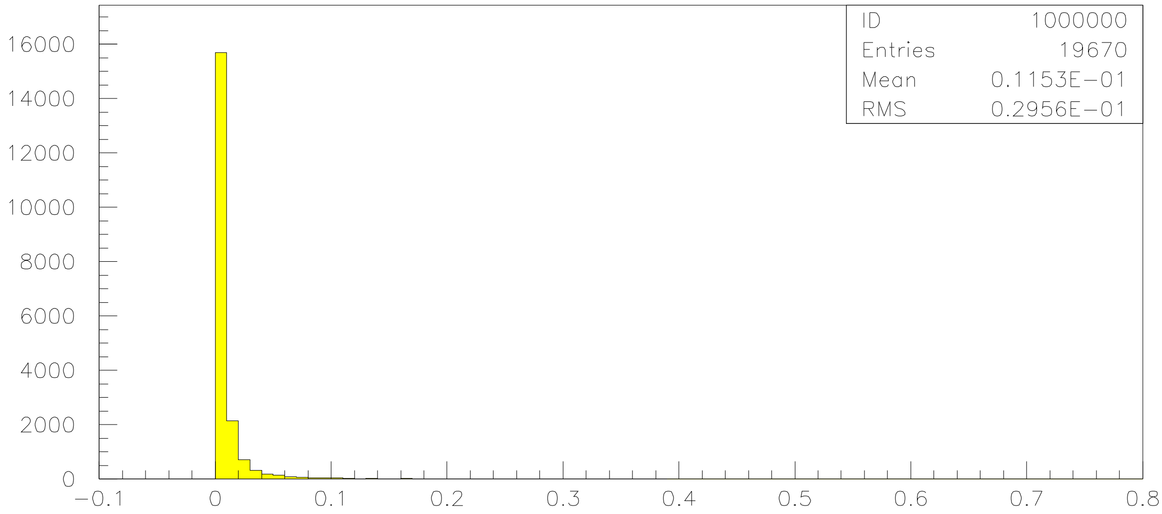
Figura 5.9: *Distanza del punto misurato dalla retta tangente.*

della parabola la distribuzione delle distanze risulta molto concentrata vicino all'origine a differenza della distribuzione ottenuta imponendo $c = 0$.

Nel primo caso più del 99% dei quarti punti dista dalla tangente alla parabola meno di 400 μm. Si richiede quindi che il quarto punto disti meno di 400 μm.

Nel caso in cui non venga trovato alcun punto con distanza inferiore a 400 μm, la traccia non viene scartata e sarà costituita solo da tre punti.

Fino ad ora sono stati prolungati tutti quei segmenti che hanno il primo punto in comune e il secondo che soddisfa le richieste viste in precedenza (vedi Paragrafo



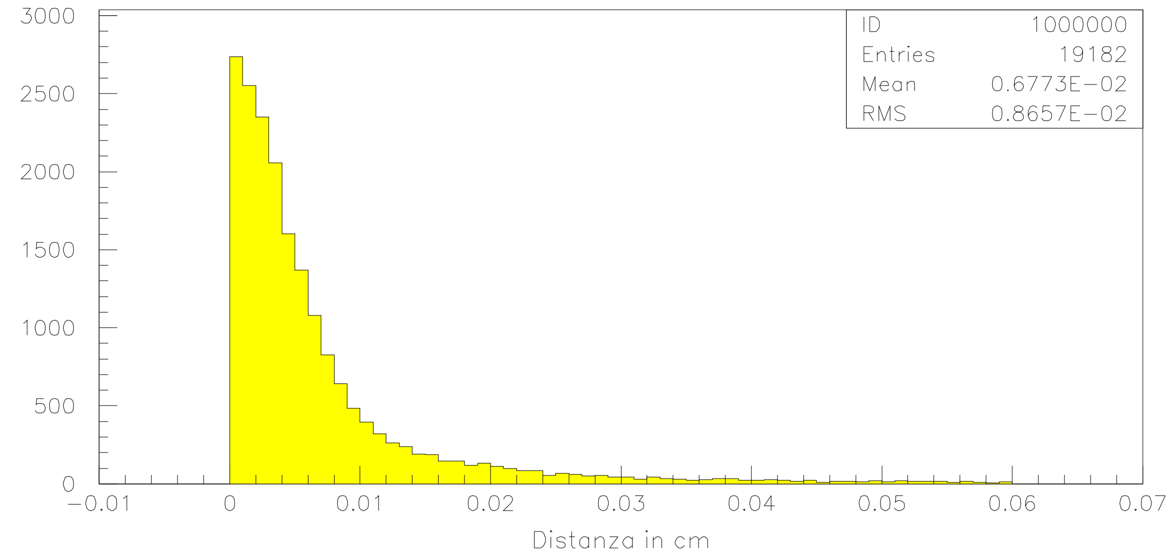


Figura 5.10: *a) Distribuzione della distanza del terzo punto della traccia dalla tangente alla parabola calcolata imponendo* $c = 0$*, per le tracce che hanno almeno 3 hit e un momento superiore a* 3 *Gev/c. b) Stessa distribuzione, ma limitando la stessa distanza a quella usata nell'algoritmo che e' di* 600 μm*.*

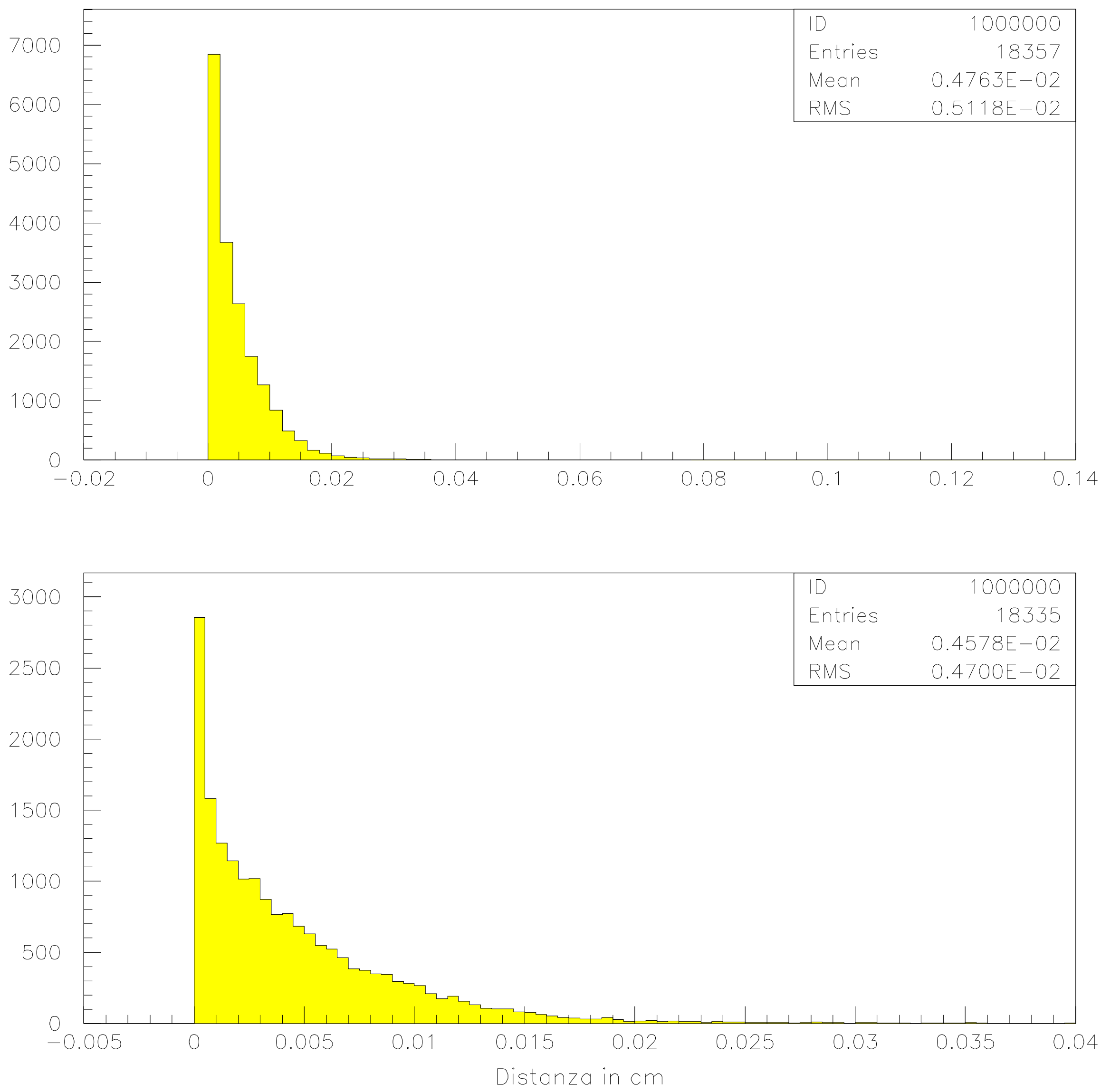


Figura 5.11: *a) Distribuzione della distanza del quarto punto della traccia dalla tangente alla parabola per le tracce che hanno almeno 3 hit e un momento superiore a* 3 *Gev/c. b) Stessa distribuzione, ma limitando la stessa distanza a quella usata nell'algoritmo che e' di* 400 μm.

5.5).

I segmenti prolungati sono costruiti con tre punti se nessun punto sulla stazione $N \pm 3$ ha una distanza dalla tangente alla parabola inferiore al taglio di 400 μm, quattro se c'è almeno un punto che soddisfa questo taglio.

Per semplificare il combinatorio si seleziona uno solo dei segmenti fino ad ora prolungati utilizzando i seguenti criteri:

- si scartano i segmenti costituiti da tre punti se c'è almeno un segmento che ne ha quattro. Restano così solo tracce che hanno lo stesso numero di *hit*.
- Se le tracce non eliminate sono costituite da tre punti, si seleziona quella che ricalcolando i parametri della parabola passa più vicina all'origine delle coordinate, cioè quella con il parametro c più piccolo.
- Se invece i segmenti hanno quattro punti, per ognuno di essi si ricalcolano i parametri della parabola con gli ultimi tre punti trovati. Si determina la distanza del primo punto dalla tangente alla parabola e si seleziona la traccia che è più vicina ad esso.

Nel caso in cui il segmento che è stato selezionato possiede solo tre *hit* l'algoritmo ha ricostruito una traccia e ricomincia dal primo passo la ricerca di altre tracce. Se il segmento selezionato possiede invece quattro punti si prosegue con la ricerca di *hit* successivi che lo possano prolungare.

5.8 Prolungamento della traccia

Se le particelle si muovessero nel vuoto seguirebbero con buona approssimazione la traiettoria descritta dalla formula 4.16 e, una volta determinata la parabola passante per i primi tre punti, i punti successivi si troverebbero approssimativamente su di essa. Si potrebbe dunque procedere con i parametri a, b e c determinati inizialmente. Come si vede in Figura 5.12 lo scattering multiplo e la perdita di energia deviano notevolmente la traiettoria che la particella seguirebbe se fosse nel vuoto (in questa figura è stata scelta una traccia a basso momento 1.19 Gev/c per rendere più evidente lo scattering multiplo). Inoltre, nonostante il rivelatore sia ad altissima granularità (si ricorda che la dimensione dei pixel è di $50 \times 400 \mu m$), le coordinate (x, y) vengono determinate con un certo errore, questo non permette di determinare con precisione la parabola ideale passante per i punti della traccia.

Per ovviare, almeno in parte, al problema dello scattering multiplo e della perdita di energia la soluzione migliore sarebbe quella di ricalcolare, ogni volta che si prolunga la traccia, i parametri della parabola con gli ultimi tre punti associati, mentre per ridurre l'effetto dell'errore nella determinazione delle coordinate la soluzione migliore consisterebbe nel determinare la parabola che passa per il primo e per gli ultimi due punti trovati.

Confrontando le distribuzioni in Figura 5.13 si vede che tra le due soluzioni la seconda

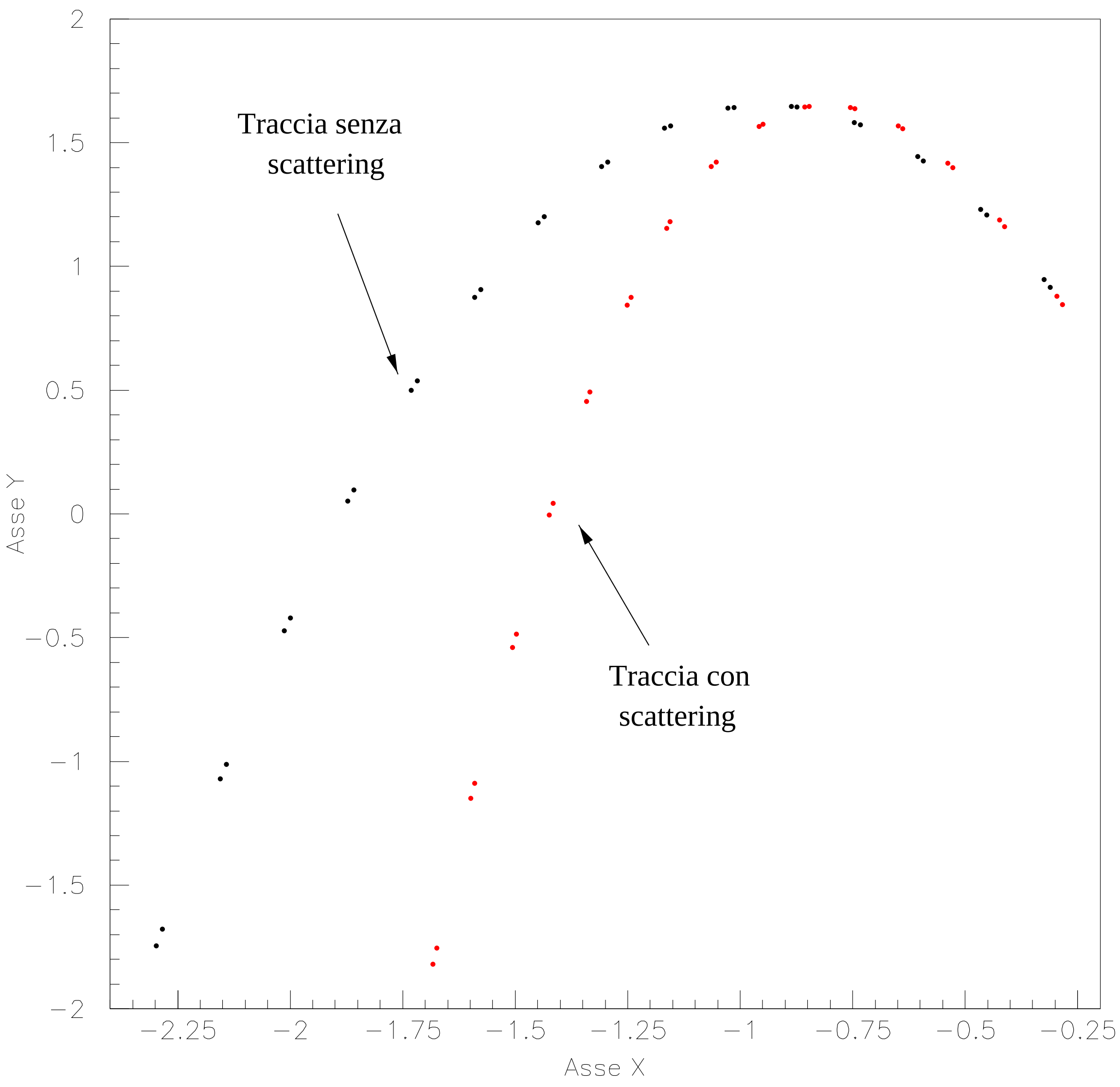


Figura 5.12: *La traccia nera è quella ideale senza scattering multiplo e perdita di energia; quella rossa invece è molto deviata dalla precedente a causa proprio dello scattering multiplo e della perdita di energia.*

è quella che permette di minimizzare il valore del taglio sulla distanza.

Determinata la parabola con il criterio appena descritto si prolunga la traccia con

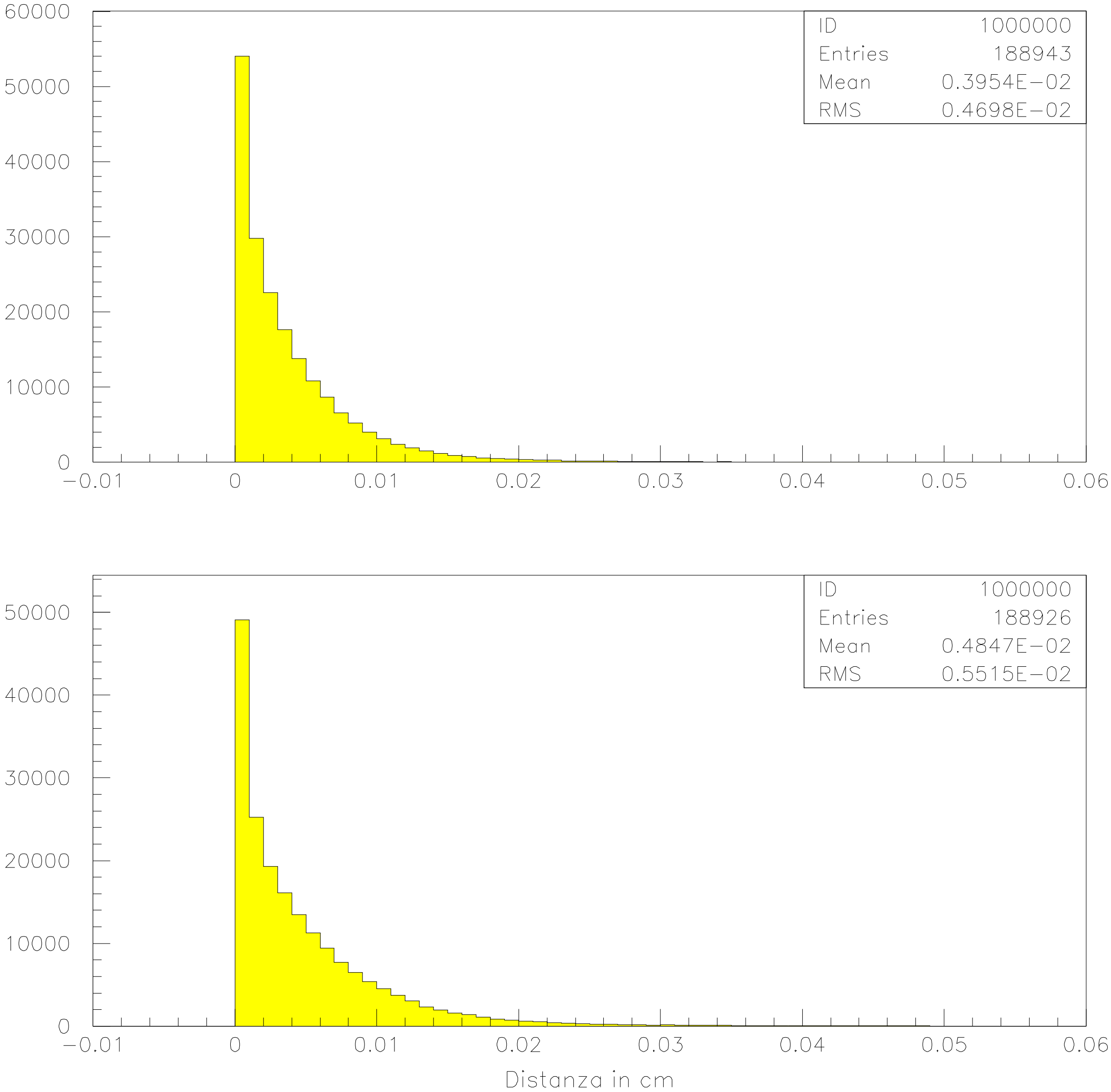


Figura 5.13: *a) Distribuzione delle distanze dalla parabola calcolata utilizzando il primo punto e gli ultimi due. b) Distribuzione delle distanze dalla parabola calcolata utilizzando gli ultimi tre punti. Come si vede la distribuzione a) è più compatta e ha una coda ridotta (si confrontino i valori medi e gli errori quadratici medi).*

gli *hit* che soddisfano gli stessi tagli imposti al punto precedente e cioè:

- se gli ultimi due punti si trovano sulle stazioni $N \pm i$ e $N \pm i \pm 1$ allora si considerano solo quelli che sono posizionati nella stazione $N \pm i \pm 2$
- per ogni *hit* selezionato al punto precedente si calcola la distanza dalla tangente alla parabola e si sceglie il più vicino.

L'algoritmo procede nella ricostruzione della traccia fino a quando non vengono trovati ulteriori punti sulla stazione successiva a quella dell'ultimo punto trovato. Quando si verifica questa condizione la prima cosa che viene eseguita è una marcatura dei punti associati che da questo momento in poi non vengono più utilizzati da nessuna altra traccia. La marcatura dei punti ha il vantaggio di diminuire notevolmente il combinatorio e quindi di velocizzare l'algoritmo che nei passaggi successivi deve considerare un numero di punti via via più piccolo.

5.9 Risultati della ricostruzione

Gli studi effettuati sull'efficienza di questo algoritmo, tutti a una luminosità di $10^{32} cm^{-2} sec^{-1}$ che corrisponde a due interazioni per *crossing*, mostrano che vengono ricostruite totalmente circa l'82% delle tracce che hanno un momento superiore a 5 GeV/c. In figura 5.14 si vede che l'efficienza cresce all'aumentare del momento. Infatti le tracce ad alto momento sono deviate molto poco dalla parabola associata

perchè sono molto meno soggette agli effetti dello scattering multiplo coulombiano.
Nella Figura 5.15 è mostrata l'efficienza che si ottiene considerando tutte le tracce

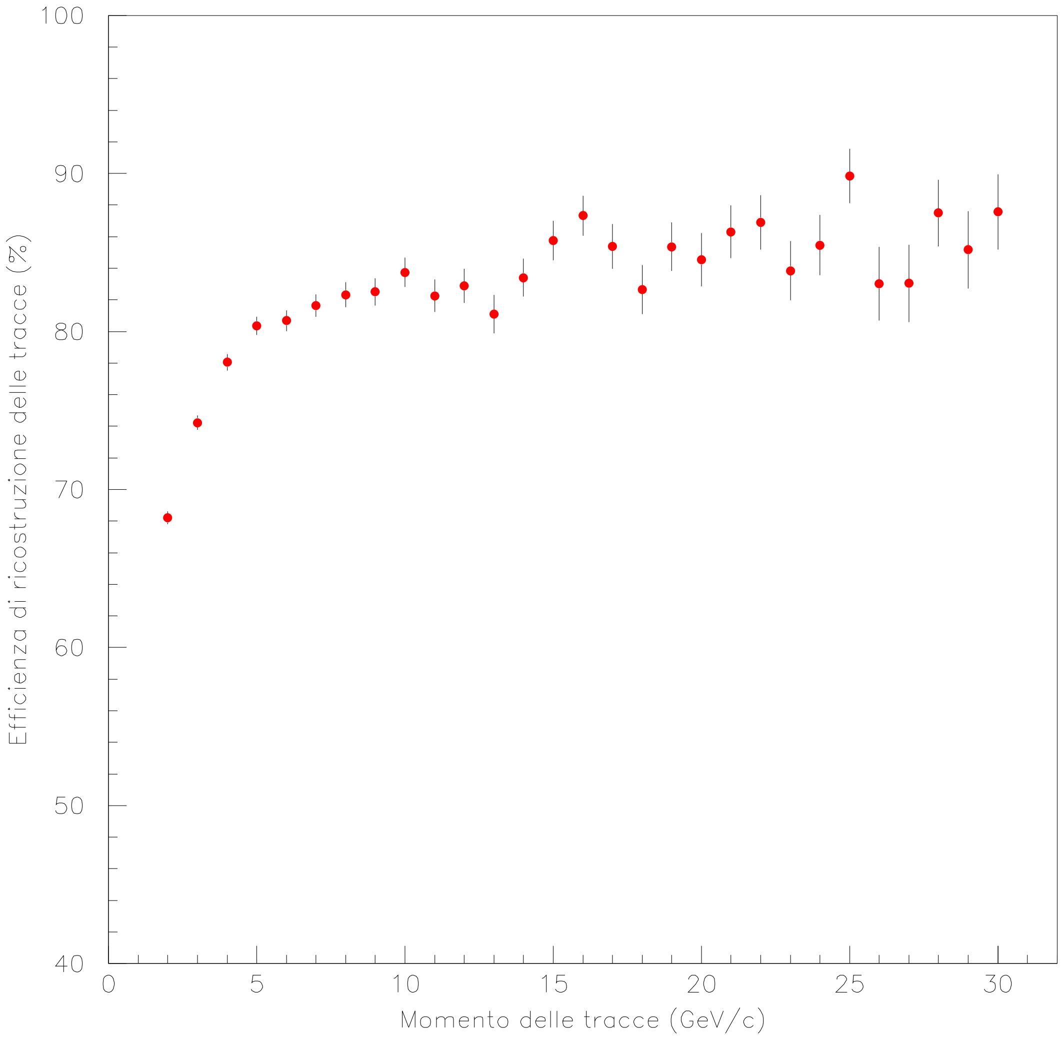


Figura 5.14: *Efficienza di ricostruzione delle tracce in funzione del loro momento. In questo caso l'efficienza è calcolata solo per le tracce che vengono totalmente ed esattamente ricostruite. In questo caso vengono ricosruite circa l'82% delle tracce che hanno un momento superiore a 5 GeV/c.*

che vengono ricostruite anche parzialmente (devono essere stati associati correttamente almeno più del 50% dei punti e non devono esserci punti appartenenti ad altre tracce). Si vede che per le tracce che hanno un momento superiore a 5 GeV/c l'efficienza è di circa il 90% e cresce all'aumentare del momento (vedi Figura 5.15).

Il grafico 5.15 risulta essere il più adatto per confrontare i risultati da me ottenuti con le efficienze di ricostruzione dell'algoritmo BB33 (Figura 3.4), quest'ultimo infatti non ricostruisce le tracce totalmente e per ognuna di esse considera solo i due segmenti, iniziale e finale, costituiti da tre punti ciascuno. Si definisce traccia ricostruita per l'algoritmo BB33 il tratto di traccia costituito da soli sei punti. Per fare un confronto tra le efficienze di ricostruzione dei due algoritmi è necessario quindi considerare anche le tracce ricostruite solo parzialmente.

Nella Figura 5.16 è mostrata l'efficienza di ricostruzione dei singoli punti. È stata calcolata per tutte le tracce ricostruite dall'algoritmo. La maggior parte degli *hit* che non sono stati associati correttamente è costituita dai primi *hit* di una traccia. Essi sono i più critici da determinare correttamente in quanto si trovano nella regione più interna del rivelatore dove la densità di pixel accesi dal passaggio delle particelle è molto alta. Si vede però che dal terzo punto in poi la ricostruzione è molto precisa.

Nelle Figure 5.17 e 5.18 si vede un evento ricostruito dal mio algoritmo nella vista XY e nella vista XZ. Nella Figura 5.18 si vedono chiaramente due interazioni nello stesso *crossing*. Da questa figura si vede, inoltre, che proiettando le tracce nella

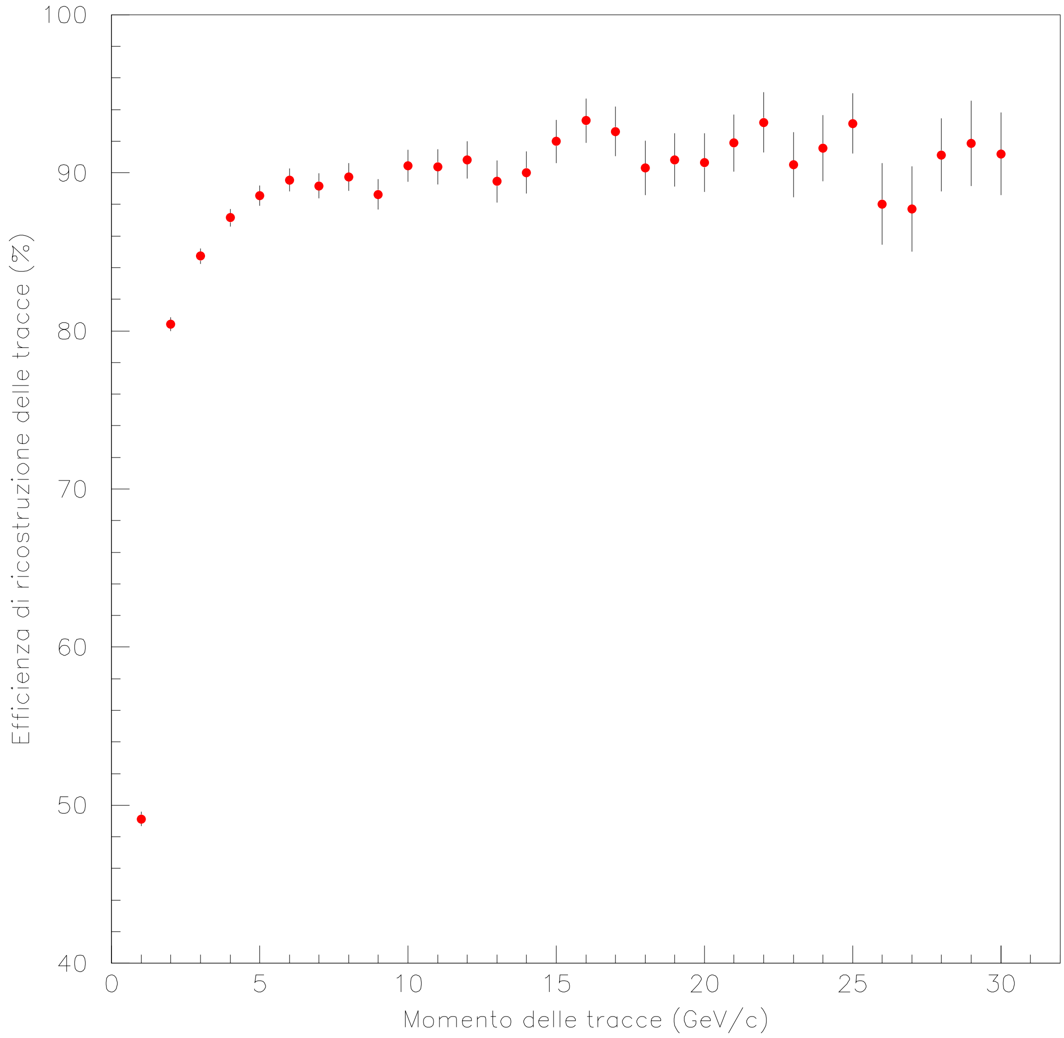


Figura 5.15: *Efficienza di ricostruzione delle tracce in funzione del loro momento. In questo caso l'efficienza è calcolata per tutte le tracce che vengono ricostruite almeno per più del* 50% *dei punti e non contenenti alcun punto appartenente ad altre tracce. In questo caso vengono ricosruite circa il* 90% *delle tracce che hanno un momento superiore a* 5 *GeV/c.*

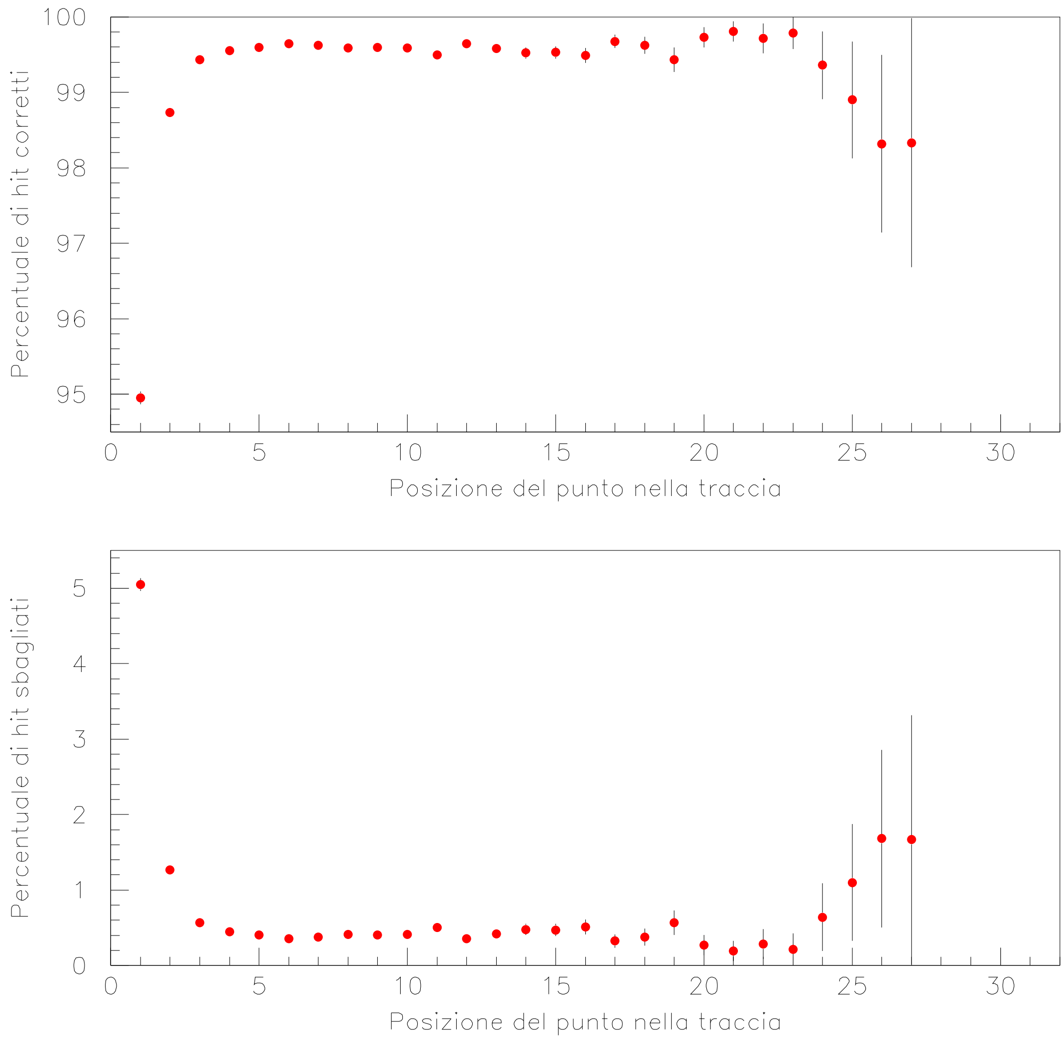


Figura 5.16: *Efficienza di ricostruzione per i singoli punti della traccia. Si vede che la maggior parte degli hit non correttamente associati è costituita dai primi hit della traccia.*

vista XZ la densità dei punti intorno all'asse del fascio ($x = 0$) non ne permette una distinzione netta. Per questo motivo l'algoritmo BB33 ricostruisce prima le tracce utilizzano i punti con precisione maggiore in Y dove sono più dispersi a causa della

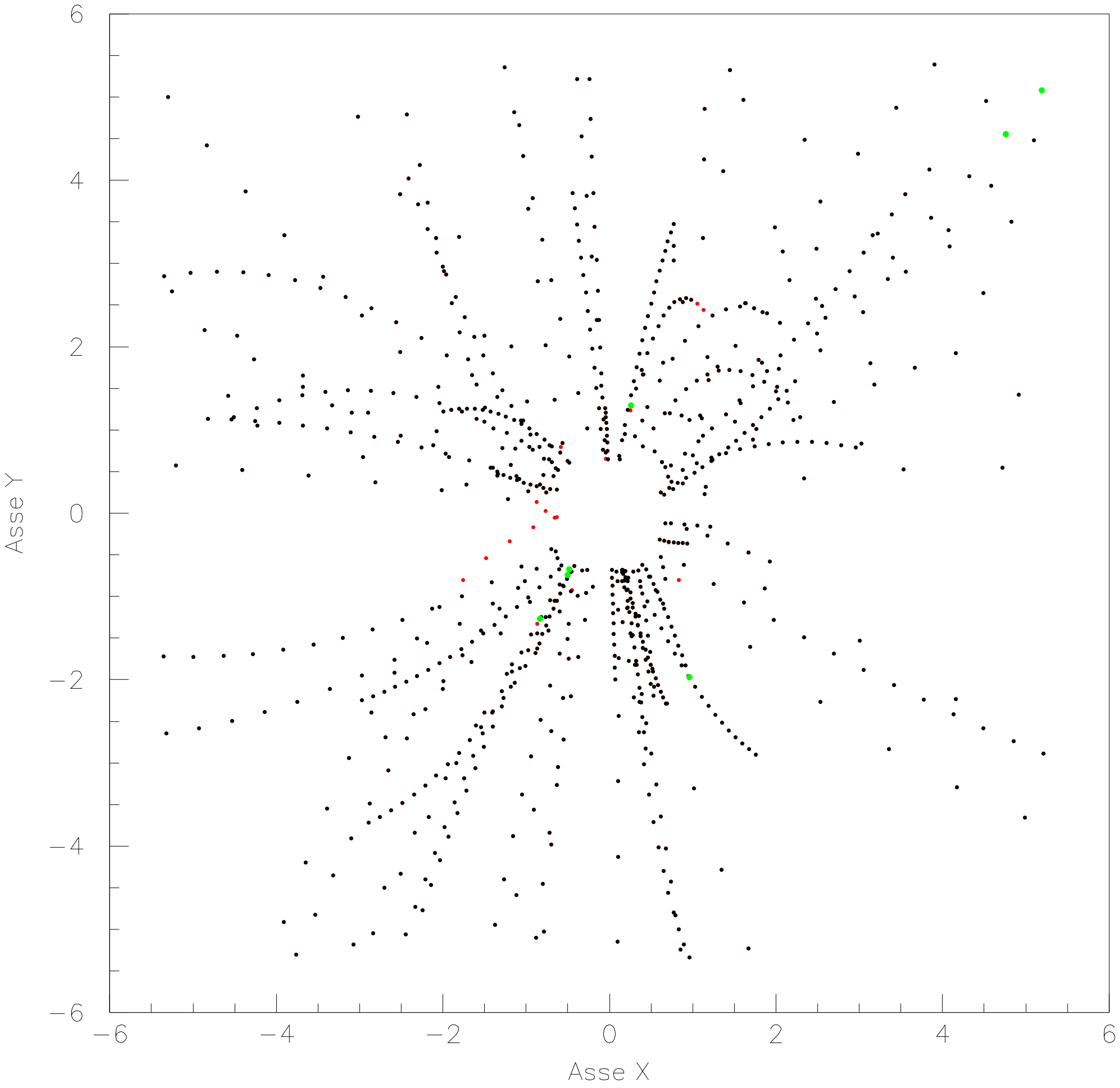


Figura 5.17: *Evento ricostruito dall'algoritmo proiettato sulla vista XY. I punti neri sono quelli ricostruiti correttamente. I punti rossi sono i punti che non sono stati associati ad alcuna traccia. I punti verdi sono quelli appartenenti a una traccia che vengono erroneamente associati ad un'altra.*

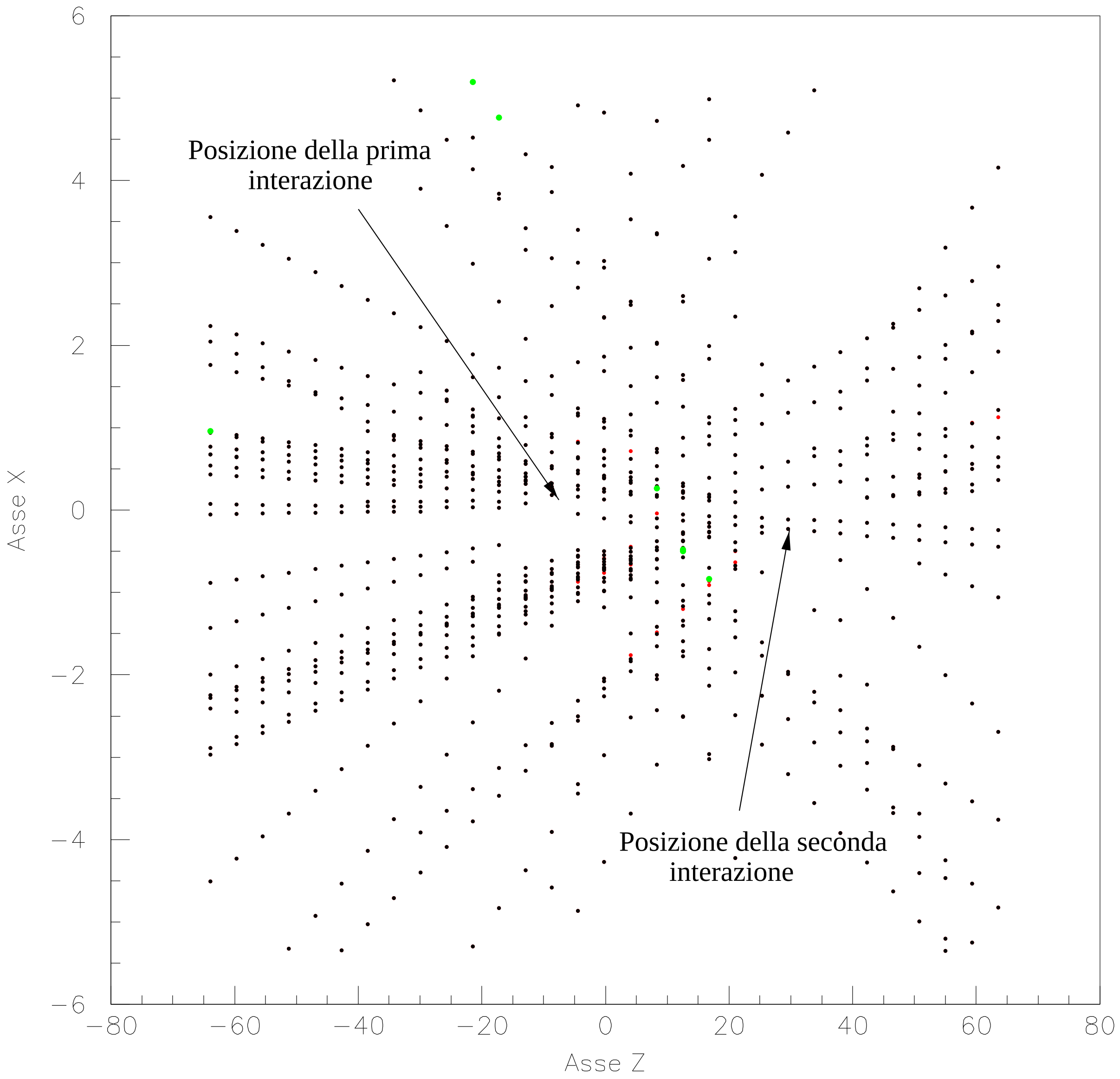


Figura 5.18: *Evento ricostruito dall'algoritmo proiettato sulla vista XZ. I punti neri sono quelli ricostruiti correttamente. I punti rossi sono i punti che non sono stati associati ad alcuna traccia. I punti verdi sono quelli appartenenti a una traccia che vengono erroneamente associati ad un'altra.*

curvatura causata dal campo magnetico.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi ho proposto e studiato un nuovo algoritmo di ricostruzione delle tracce per il *trigger* dell'esperimento BTeV in progetto al Tevatron del Fermilab.

L'algoritmo permette di ricostruire le tracce di ogni singolo evento in modo tale da ricostruire il vertice primario dell'interazione e di individuare le tracce con significativo parametro d'impatto provenienti dai decadimenti delle particelle con quark pesanti.

L'originalità di questo algoritmo sta nel fatto che la ricostruzione delle tracce viene effettuata nel piano XY, trasverso rispetto alla direzione Z dei due fasci che collidono. Il principale vantaggio che proviene dall'operare su tale vista è che si può imporre, in fase di ricostruzione, che tutte le tracce provengano da un piccola regione intorno all'origine delle coordinate e quindi limitare il combinatorio nella ricerca dei segnali associati alla traccia sui vari piani di rivelatore a pixel.

Se si confrontano le efficienze di ricostruzione da me ottenute con quelle dell'algoritmo che per ora si utilizza in BTeV (vedi Figure 3.4 e 5.15) si nota che sono, a parità di momento, molto simili. Entrambe sono molto alte per tracce di momento superiore a 3 GeV/c, e scendono notevolmente intorno a 2 GeV/c per gli effetti dovuti allo scattering multiplo coulombiano.

Questo studio ha dimostrato la fattibilità di un algoritmo che si basi esclusivamente su una ricostruzione delle tracce nella vista XY ed è suscettibile di ulteriori semplificazioni che ne possono aumentare la velocità di esecuzione. Ho infatti intenzione di studiare in una seconda fase la possibilità di utilizzare una semplice approssimazione lineare fra tre punti consecutivi sulla traiettoria senza dover ricorrere a quella parabolica, più precisa, che però richiede più tempo d'esecuzione. Se confermata dalle simulazioni, questa possibilità ridurrà in modo drastico il numero di calcoli da eseguire per la ricostruzione delle tracce senza limitarne sensibilmente le prestazioni al di sopra di 3 GeV/c, soglia che ci siamo imposti per il *trigger*.

Bibliografia

[1] T.D.Lee and C.N.Yang, *Phys. Rev.* , **104** (1956) 254

[2] T.D.Lee and R.Oehme and C.N.Yang, *Phys. Rev.*, **106** (1957) 340

[3] C.S. Wu and E.Ambler and R.W.Hayward and D.D.Hoppes and R.P.Hudson, *Phys. Rev.*, **105** (1957) 1413

[4] C.Jarlskog, *CP Violation*, Advanced Series on Directions in High Energy Physics

[5] J.H.Christenson, J.W.Cronin, V.L.Fitch and R.Turlay, *Phys. Rev. Lett.*, **13** (1957) 138

[6] C.Caso *et al.*, *The European Physical Journal*, **C3** (1998) 1

[7] F.Bedeschi, *Proceedings of the international school of physics "Enrico Fermi"*, Varenna, 8-18 Luglio 1997

[8] Per esempio HERA-B e LHC-B; si vedano i talk di E. Gerndt e O. Schneider, Conferenza Beauty '99, Bled, Slovenia

[9] W. Selove *Proceedings of the Workshop on B Physics at Hadron Accelerators*, P. McBride e C.S. Mishra. Fermilab-CONF-93/267(1993), p.617

[10] BTeV Collaboration: *The BTeV Proposal.* (15-Maggio-2000)

Ringraziamenti

Ringrazio la mia relatrice Prof. Maria Di Corato per la sua gentilezza, disponibilità e cortesia.

Un grazie a Luigi Moroni, Dario Menasce, Daniele Pedrini e Silvano Sala.

Luigi, credo di non aver mai incontrato una persona come te! Lavorare con te è stato veramente duro. Pretendevi sempre il massimo e quando credevo di averlo raggiunto mi facevi notare che potevo fare di più. Purtroppo avevi "quasi" sempre ragione.

Dario, Daniele e Silvano siete sempre stati disponibili ogni volta che ho avuto bisogno di voi e mi avete sempre dato dei consigli preziosi.

Vi ringrazio di cuore per tutto quello che mi avete insegnato ma soprattutto perchè con voi si lavora tanto ma ci si diverte ancora di più.

Un grazie anche a Sandra Malvezzi, anche tu hai sempre la battuta pronta.

Un ringraziamento anche a tutti i ragazzi dell'aula laureandi e non:

Marcella Scarpa (complimenti alla mamma) la parole di conforto che avevi sentito da un grande saggio e che mi ripetevi spesso mi hanno sempre tirato su di morale. Giulia Zanderighi una teorica che riesce a fare perfettamente qualsiasi integrale e allo stesso tempo rischia di perdere l'aereo per gli USA perchè ha dimenticato un piccolo particolare: il passaporto. Silvia Borghi sempre disponibile a darmi informazioni utilissime, Rita Coluccia che dalle due alle tre aspetta sempre la telefonata del suo futuro marito (auguri per il tuo matrimonio), Tito, una meteora che porta sempre una coda di simpatia e si rivede più spesso di quanto ci si aspetti..., Davide Grandi che mi ha procurato articoli molto importanti per la riuscita di questa tesi, Ombretta Donghi, Massimo Mezzadri, Paolo Dini, loro sanno quello che ho passato quest'anno.

Ringrazio anche Edgar Linares dal quale ho imparato molto nei primi mesi durante i quali abbiamo lavorato assieme.

Infine le due persone che ho conosciuto quest'anno e che mi sembra di conoscere da una vita:

Caterina Pontoglio, senza di te accanto mi sarei annoiato da morire, anche se ogni tanto un po' di tranquillità non farebbe male. Ti ringrazio tantissimo, senza di te starei ancora scrivendo il primo capitolo, la tua pazienza è stata memorabile.

Marco Rovere, che ora lavora all'università del Colorado a Boulder, un genio che dovrebbe avere più fiducia nelle sue capacità, determinanti nella riuscita di alcuni scherzetti innocenti ai danni della povera Caterina.

I nuovi laureandi Simona Erba, Stefano Barberis, Roberto Catanuto che prenderanno il posto che non avrei mai voluto lasciare.