

Development of the 1D drift flux model of non-equilibrium two-phase flow in simple and sub-channel geometry for accident analysis of NPP regimes.

Y. Kornienko (SSC-RF IPPE, Obninsk, Russia)

One dimensional mathematical models are extensively used in thermohydraulics assessment of Nuclear Power Plant (NPP) accident conditions. Because, specifically 1D system of the conservation laws allow to significantly reduce needed computer time and space, especially for "best estimate" code calculations. On the example of drift flux model it is proposed the closure strategy of 1D models of conservation laws and closure relationships for NPP two-phase thermohydraulics needed for development and verification of the best estimated codes.

This approach is generalization of the known Zuber-Findley and Hancox-Nicoll methods for two-phase flow distribution parameters C_s with taking into account of the non-monotone void fraction distribution in transversal direction in the terms of two superimposed monotone profiles. It is very useful for assessment of the saddle-shape void fraction profile effects. The two-phase flow distribution parameters C_s were developed as for simple (circular (and flat) pipe) and sub-channel geometry. The basic assumptions were power-mode approximations for describing of the profiles local volume flux density, phase velocity and temperature. The general analytical (quadrature) relationships for C_s were obtained and their 3D illustrations were done.

Also, there were proposed the generalized formulation and simple approach for construction of the friction factor, heat and mass transfer coefficients within the gradient hypothesis and boundary layer assumptions. The contribution of momentum, heat and mass transfer as well as their sources (and sinks) in the channel cross-section were taken into account. These friction factor, heat and mass transfer coefficients with taking into account of transversal and azimuthal variations were obtained for subchannel geometry as well.

Разработка корректной одномерной модели потока дрейфа двухфазного неравновесного потока в каналах простой и субканальной геометрии для анализа аварийных режимов ЯЭУ.

Ю.Н. Корниенко (ГНЦ-РФ ФЭИ, Обнинск, Россия)

1. Математическое описание неравновесных двухфазных потоков на основе квазиодномерных моделей, с пространственной распределенностью фаз.

Фундаментальные проблемы, связанные с незавершенностью физико-математических описаний двухфазных неравновесных потоков приводят к серьезным трудностям методического и вычислительного характера, которые не позволяют надеяться на разработку в ближайшее время программ расчета теплогидравлических характеристик неравновесных двухфазных потоков в трех- (а в осесимметричном случае двух-) мерной постановке для полномасштабного анализа аварийных ситуаций, связанных с потерей теплоносителя. Поэтому при создании методов теплогидравлических расчетов энергетических установок широко используются одномерные приближения.

Корректным приемом перехода от трехмерной (рис.1) к одномерной формулировке задачи является использование усреднения по площади поперечного сечения (А) канала таких субстанций и их потоков как: масса, инерция, энергия, количество движения ($i=0,1,2,3$) для каждой из фаз ($k=f$ или g - жидкость или пар (газ)):

$$\langle f_{ki} \rangle = \frac{1}{A} \int_A \varphi_{ki} \cdot j_i dA, \quad (1)^*$$

где φ_{ki} и j_i - локальные усредненные по времени [1] переменные. Из-за отличий в распределениях (профилях) φ_{ki} и j_i возникают усреднения вида

$$C_{ki} = \frac{\langle \varphi_{ki} j_i \rangle}{\langle \varphi_{ki} \rangle \langle j_i \rangle} = \frac{A \int_A \varphi_{ki} j_i dA}{\int_A \varphi_{ki} dA \int_A j_i dA} \Bigg|_{\substack{\text{при осевой} \\ \text{симметрии}}} = \frac{\int_0^1 \varphi_{ki} j_i \gamma R^{\gamma-1} dR}{\int_0^1 \varphi_{ki} \gamma R^{\gamma-1} dR \int_0^1 j_i \gamma R^{\gamma-1} dR}, \quad (2)$$

иллюстрируемые конкретными определениями в первых двух колонках таблицы 1.

Поскольку параметры распределений составлены из локальных переменных, входящих в законы сохранения, то в них отражается как структура (другими словами "иерархия") взаимосвязей параметров в законах сохранения, так и взаимосвязь самих законов сохранения между собой, что проиллюстрировано в табл. 1. Последнее приводит к итеративному характеру алгоритмов расчета, использующих коэффициенты усреднения в таких, вообще говоря, квазиодномерных кодах.

Приведенное определение параметров усреднения C_{ki} вместе с моделью вложенных профилей представляет собой обобщение параметров распределений, введенных в работах [2 - 4] и для случая степенной аппроксимации профилей параметров фаз представлено в таблицах 1

*) В цилиндрических координатах (r, θ, z, t)

$$\langle f_{ki} \rangle = \frac{1}{A} \int_0^{\theta} \int_0^{r_w} \int_0^z f_{ki} 2\pi r dr d\theta, \quad (1a)$$

$$\langle f_{ki} \rangle = \int_0^1 f_{ki} \gamma R^{\gamma-1} dR \quad (1b)$$

при осевой симметрии с $R=r/r_w$, обобщая для плоской ($\gamma=1$) и круглой ($\gamma=2$) трубы, имеем (1b).

Законы сохранения и усреднения

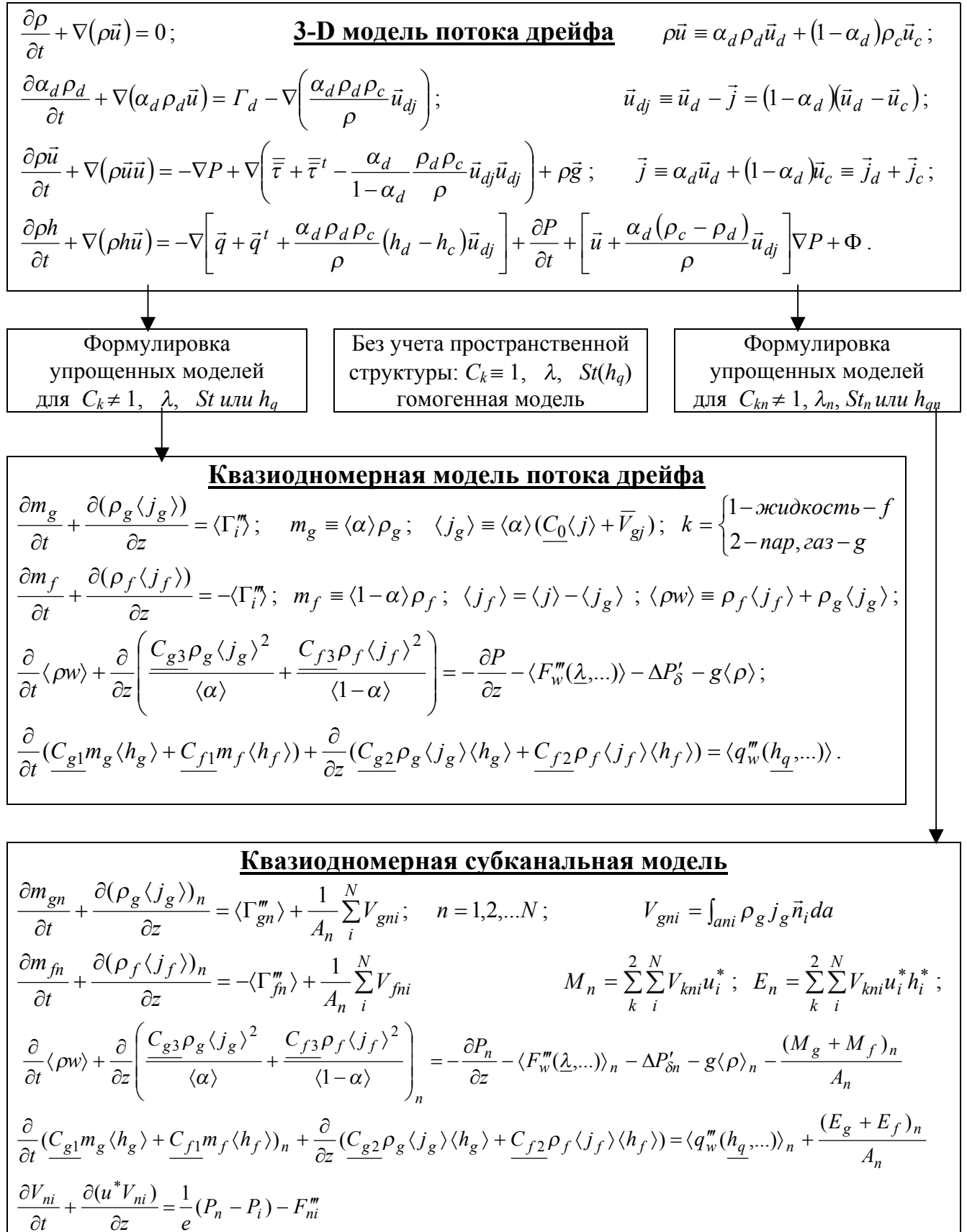


Рис.1. Блок-схема получения квазиодномерных моделей.

и 2. Запись одномерных уравнений с параметрами распределений, равными единице $C_{ki} \equiv 1$, соответствует принятию допущения о плоских профилях параметров фаз.

Как это следует из определений параметров распределений C_{ki} , (см. вторую колонку таблиц 1 и 2.), по своему физическому смыслу они являются мерой отклонения реальных профилей параметров фаз и их потоков от плоских. Количественной мерой такого отклонения является отличие этих коэффициентов от единицы, что очевидно из уравнения (2) при каком-либо из его параметров являющимся неизменным в поперечном сечении. На примере системы уравнений законов сохранения (см. рис. 1) видно, что каждый из коэффициентов C_{ki} представляет корректив к соответствующей компоненте. То есть, это поправки в массы паровой и жидкой фаз, их расходы, инерцию системы, потоки импульса и энергии. При умеренных скоростях вблизи номинальных режимов работы энергетического оборудования с малой степенью термодинамического и динамического неравновесности фаз эти параметры распределений весьма близки к единице и не проявляются ни в расчетных предсказаниях термогидравлических переменных, ни при анализе экспериментальных результатов. И, наоборот, при значительной термодинамической и скоростной неравновесности, в потоках с сильным изменением профилей параметров их отличие от единицы значительно. Такие условия возможны в течение продолжительных отрезков времени в ходе аварийных ситуаций. Кипение с недогревом и закризисный теплообмен являются типичными примерами таких процессов в оборудовании ЯЭУ.

2. Основные свойства параметров распределений

Одним из наиболее общих свойств параметров распределений C_{ki} , вводимых с помощью системы уравнений законов сохранения (рис. 1) на основе определений (2) и таблиц 1 и 2, является их последовательно усложняющаяся, иерархическая структура. А именно, в более сложных, представляющих более высокий уровень "свёртки" параметрах распределений - таких как C_{k3} и C_{k2} - составными компонентами являются более "простые" - C_{k0} и C_{k1} . Таким образом, в свойствах сложных коэффициентов будут проявляться основные черты более простых коэффициентов.

Подстановка степенных аппроксимаций (рис.1 и 2) в исходные определения коэффициентов усреднения приводит к интегралам от линейной комбинации дифференциальных биномов [5], выражения для которых через элементарные функции представлены в третьем столбце таблиц 1 и 2.

В четвертой колонке таблицы 1 помещены доказанные леммы о свойствах дополненности или зеркальной симметрии интегральных параметров распределений C_{ki} . Они обобщают и обосновывают свойство зеркальной симметрии (ранее замеченное [4] только для динамических параметров распределений фаз C_3 и C_4) на весь набор параметров распределений C_{ki} . Эти соотношения дополненности завершают логическую и математическую структуру вывода полного набора замыкающих соотношений для параметров распределений C_{ki} в рамках степенной аппроксимации монотонных распределений параметров фаз.

С физической, точнее кинематической точки зрения соотношения дополненности отражают баланс эффективных "скольжений" плотностей потоков фаз, энтальпий, потоков энтальпий и потоков импульсов фаз в рамках модели потока дрейфа. Здесь следует отметить также, что соотношения дополненности обеспечивают методическую основу для построения верификации и валидации [6] моделей двухфазных потоков, формулируя взаимное дополнение рассчитываемых или измеряемых интегральных параметров распределений, например, паросодержания C_{gi} через водосодержание C_{fi} .

В иллюстративном плане соотношения дополненности позволяют ограничиться представлением графического материала для какой-либо одной из фаз, например, паросодержания.

Таблица 1

Функциональный вид коэффициентов усреднения для одномерных уравнений законов сохранения двухфазного (двухкомпонентного) потока для случая монотонных профилей истинного объемного содержания фазы k и энтальпии фазы k . ($k=1,2$).

Наименование коэффициента усреднения	Определение	Аналитическая зависимость	Соотношения дополнителности и балансы
	МПД: $j = j_1 + j_2$; $j_k = \alpha_k w_k$; $j_{kj} = \alpha_k (w_k - j)$		
Параметр распределения двухфазного потока (фазы k) * энтальпии	$C_{k0} = \frac{\langle \alpha_k j \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle j \rangle}$ * $C_{kh} = \frac{\langle h_k j \rangle}{\langle h_k \rangle \langle j \rangle}$	$C_{k0} = 1 + \frac{\gamma}{m+n+\gamma} \left(1 - \frac{\alpha_{kw}}{\langle \alpha_k \rangle} \right)$ $C_{kh} = 1 + \frac{\gamma}{l_k+m+\gamma} \left(1 - \frac{h_{kw}}{\langle h_k \rangle} \right)$	$1 \equiv \sum_{k=1}^2 C_{k0} \langle \alpha_k \rangle$ -
Параметр распределения энтальпии фазы k	$C_{k1} = \frac{\langle \alpha_k h_k \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle h_k \rangle}$	$C_{k1} = 1 + \frac{\gamma \left(1 - \frac{\alpha_{kw}}{\langle \alpha_k \rangle} \right)}{l_k+n+\gamma} \left(1 - \frac{h_{kw}}{\langle h_k \rangle} \right)$	$\sum_{k=1}^2 C_{k1} \langle c_k \rangle \langle h_k \rangle = h_{e1}$ $h_{e1} = \langle \sum_{k=1}^2 c_k h_k \rangle$
Параметр распределения потока энтальпии фазы k	$C_{k2}^j = \frac{\langle \alpha_k h_k j \rangle}{\langle \alpha_k j \rangle \langle h_k \rangle}$ $C_{k2} = \frac{\langle \alpha_k h_k w_k \rangle}{\langle \alpha_k w_k \rangle \langle h_k \rangle}$	$C_{k2}^j = 1 + (C_{kh} - 1) \left(1 + F_k \frac{C_{k0} - 1}{C_{k0}} \right)$ $C_{k2} = \left(C_{k2}^j + \frac{C_{k1}}{C_{k0}} \tilde{W}_{kj} \right) \frac{1}{1 + \tilde{W}_{kj}}$	$\sum_{k=1}^2 C_{k2} \langle X_k \rangle \langle h_k \rangle = h_{e2}$ $h_{e2} = \frac{\int_0^z q_w''(z) dz}{\langle \rho w \rangle}$
Динамический параметр распределения фазы k	$C_{k3}^j = \frac{\langle \alpha_k j^2 \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle j \rangle^2}$ $C_{k3} = \frac{\langle \alpha_k w_k^2 \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle w_k \rangle^2}$	$C_{k3}^j = 1 + \frac{2m+n+2\gamma}{2\gamma m} (C_{k0} - 1)$ $C_{k3} = \frac{C_{k3}^j + 2C_{k0} \tilde{W}_{kj} + \tilde{W}_{kj}^2}{(1 + \tilde{W}_{kj})^2}$	$1 \equiv \sum_{k=1}^2 C_{k3}^j \langle \alpha_k \rangle$ $0 \equiv \sum_{k=1}^2 \tilde{W}_{kj} \langle \alpha_k \rangle$
Относительная скорость дрейфа и другие дополнительные определения	$\tilde{W}_{kj} = \frac{\langle \alpha_k w_{kj} \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle j \rangle}$ $\langle X_k \rangle = \frac{\langle \alpha_k \rho_k w_k \rangle}{\langle \rho w \rangle}$	$c_k = \alpha_k \rho_k / \rho$; $\langle \tilde{j} \rangle = \langle j \rangle / \langle \rho w \rangle$ $\rho = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \rho_k$; $\rho w = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \rho_k w_k$	$1 \equiv \langle \tilde{j} \rangle \sum_{k=1}^2 \rho_k \langle \alpha_k \rangle C_{k0}^w$ $C_{k0}^w = C_{k0} + \langle \tilde{W}_{kj} \rangle$
$\langle \varphi \rangle = \int_0^1 \varphi \gamma R^{\gamma-1} dR, \gamma = \begin{cases} 1 - \text{пл. канал} \\ 2 - \text{кр. труба} \end{cases}$		$F_k = \frac{(m+\gamma)^2}{l_k n} \left[\frac{(l_k+\gamma)(n+\gamma)(l_k+m+\gamma)(m+n+\gamma)}{\gamma(m+\gamma)(l_k+n+\gamma)(l_k+m+n+\gamma)} - 1 \right]$	

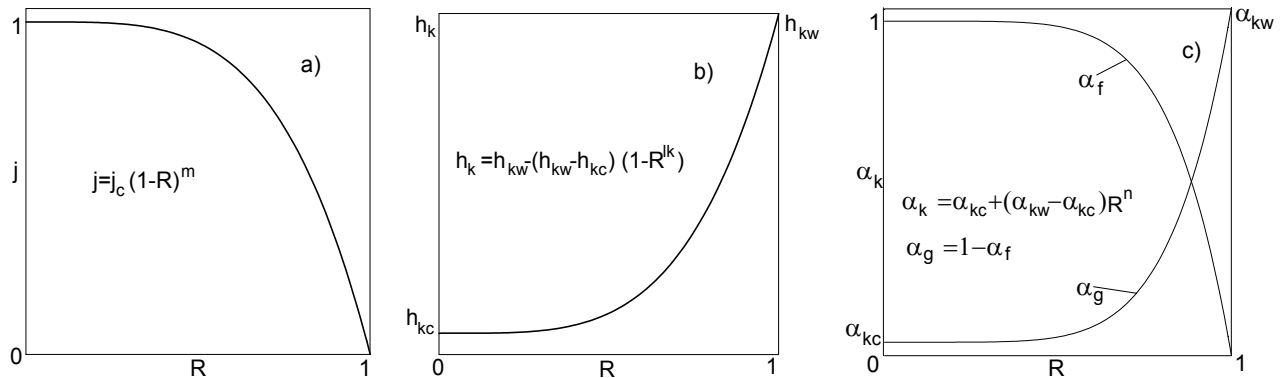


Рис.2. Степенные аппроксимации профилей параметров: а) плотности объемного потока смеси; б) энтальпии фаз h_k и с) истинного объемного фазосодержания α_k .

Таблица 2

Функциональный вид коэффициентов усреднения для одномерных уравнений законов сохранения двухфазного потока с немонотонными профилями истинного объемного содержания фазы k (энтальпии фазы k)

Наименование коэффициента усреднения	Определение параметра	Аналитическая зависимость
Параметр распределения двухфазного потока для фазы k	$C_{k0}^{B\alpha} = \frac{\langle \alpha_k^B j \rangle}{\langle \alpha_k^B \rangle \langle j \rangle}$ $C_{kh}^{Bh} = \frac{\langle h_k^B j \rangle}{\langle h_k^B \rangle \langle j \rangle}$	$C_{k0}^{B\alpha} = 1 + \frac{\gamma}{m} \left(1 - F_m^\alpha \frac{m+\gamma}{\gamma} \right)$ $C_{kh}^{Bh} = 1 + \frac{\gamma}{m} \left(1 - F_m^h \frac{m+\gamma}{\gamma} \right)$
Параметр распределения энтальпии фазы k	$C_{k1}^{B\alpha} = \frac{\langle \alpha_k^B h_k \rangle}{\langle \alpha_k^B \rangle \langle h_k \rangle}$ $C_{k1}^{Bh} = \frac{\langle \alpha_k^B h_k^B \rangle}{\langle \alpha_k^B \rangle \langle h_k^B \rangle}$	$C_{k1}^{B\alpha} = 1 + \frac{\gamma}{l_k} \left(1 - F_{l_k}^\alpha \frac{l_k+\gamma}{\gamma} \right) \left(1 - \frac{h_{kw}}{\langle h_k \rangle} \right)$ $C_{k1}^{Bh} = 1 + \frac{\gamma}{n_k} \left(1 - F_{n_k}^h \frac{n_k+\gamma}{\gamma} \right) \left(1 - \frac{\alpha_{kw}}{\langle \alpha_k \rangle} \right)$
Параметр распределения потока энтальпии фазы k	$C_{k2}^{jB\alpha} = \frac{\langle \alpha_k^B h_k j \rangle}{\langle \alpha_k^B j \rangle \langle h_k \rangle}$ $C_{k2}^{jBh} = \frac{\langle \alpha_k^B h_k^B j \rangle}{\langle \alpha_k^B j \rangle \langle h_k^B \rangle}$	$C_{k2}^{jB\alpha} = 1 + (C_{kh} - 1) \frac{m+\gamma}{l_k} \left[1 - \left(F_{l_k}^\alpha - F_{l_k+m}^\alpha \right) \frac{(l_k+m+\gamma)(l_k+\gamma)}{\gamma m C_{k0}^{B\alpha}} \right]$ $C_{k2}^{jBh} = 1 + (C_{k0} - 1) \frac{m+\gamma}{n_k} \left[1 - \left(F_{n_k}^h - F_{n_k+m}^h \right) \frac{(n_k+m+\gamma)(n_k+\gamma)}{\gamma m C_{kh}^{Bh}} \right]$
Динамический параметр распределения фазы k	$C_{k3}^{jB\alpha} = \frac{\langle \alpha_k^B j^2 \rangle}{\langle \alpha_k^B \rangle \langle j \rangle^2}$ $C_{k3}^{B\alpha} = \frac{\langle \alpha_k^B w_k^2 \rangle}{\langle \alpha_k^B \rangle \langle w_k \rangle^2}$	$C_{k3}^{jB\alpha} = \left(\frac{m+\gamma}{m} \right)^2 \left(1 - 2F_m^{B\alpha} + F_{2m}^{B\alpha} \right)$ $C_{k3}^{B\alpha} = \frac{C_{k3}^{jB\alpha} + 2C_{k0}^{B\alpha} \tilde{W}_{kj} + \tilde{W}_{kj}^2}{(1 + \tilde{W}_{kj})^2}$
Относительная скорость всплытия	$\tilde{W}_{kj} = \frac{\langle \alpha_k^{B\alpha} w_{kj} \rangle}{\langle \alpha_k^{B\alpha} \rangle \langle j \rangle}$	$\tilde{W}_{kj} = \frac{b[1 - \langle \alpha_g^{B\alpha} \rangle (1 - \rho^*) C_{g0}^{B\alpha}]}{1 - D + b \langle \alpha_g^{B\alpha} \rangle (1 - \rho^*)}; \quad b = \frac{\bar{W}_{kj} \rho_f}{G_A}; \quad \rho^* = \frac{\rho_g}{\rho_f}$
$\xi_k^\alpha = \begin{cases} m, & \text{для } C_{k0}^{B\alpha}; l_k + m, & \text{для } C_{k2}^{B\alpha} \\ l_k, & \text{для } C_{k1}^{B\alpha}; 2m, & \text{для } C_{k3}^{B\alpha} \end{cases}$ $\xi_k^h = \begin{cases} m, & \text{для } C_{kh}^{Bh}; n_k + m, & \text{для } C_{k2}^{Bh} \\ n_k, & \text{для } C_{k1}^{Bh}; 2m, & \text{для } C_{k3}^{B\alpha} \end{cases}$	$F_{\xi_k^\alpha}^\alpha = \frac{\gamma}{\langle \alpha_k^B \rangle} \left[\frac{\alpha_{kc2}}{\xi_k + \gamma} + \frac{\alpha_{kw2} - \alpha_{kc2}}{\xi_k + n_2 + \gamma} + \left(\frac{\alpha_{kc1} - \alpha_{kc2}}{\xi_k + \gamma} + \frac{\alpha_{k\Gamma} - \alpha_{kc1}}{\xi_k + n_1 + \gamma} + \frac{\alpha_{k\Gamma} - \alpha_{kc2}}{\xi_k + n_2 + \gamma} \right) R_I^{\xi_k^\alpha + \gamma} \right]$ $F_{\xi_k^h}^h = \frac{\gamma}{\langle h_k^B \rangle} \left[\frac{h_{kc2}}{\xi_k + \gamma} + \frac{h_{kw2} - h_{kc2}}{\xi_k + l_2 + \gamma} + \left(\frac{h_{kc1} - h_{kc2}}{\xi_k + \gamma} + \frac{h_{k\Gamma} - h_{kc1}}{\xi_k + l_1 + \gamma} + \frac{h_{k\Gamma} - h_{kc2}}{\xi_k + l_2 + \gamma} \right) R_I^{\xi_k^h + \gamma} \right]$	

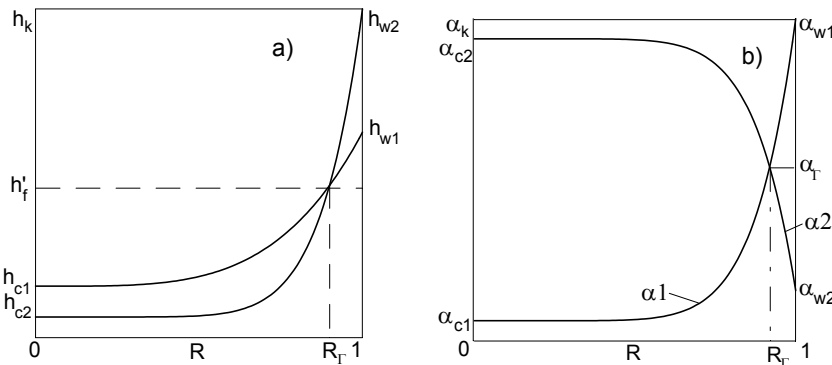


Рис.3. Модель вложенных ("B") профилей:

а) энтальпий

$$h = \begin{cases} h_f = h_{c1} + (h_{w1} - h_{c1})R^{l_1}, & 0 \leq R \leq R_\Gamma \\ h_g = h_{c2} + (h_{w2} - h_{c2})R^{l_2}, & R_\Gamma \leq R \leq 1 \end{cases}$$

б) фазосодержаний

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_{c1} + (\alpha_{w1} - \alpha_{c1})R^{n_1}, & 0 \leq R \leq R_\Gamma \\ \alpha_{c2} + (\alpha_{w2} - \alpha_{c2})R^{n_2}, & R_\Gamma \leq R \leq 1 \end{cases}$$

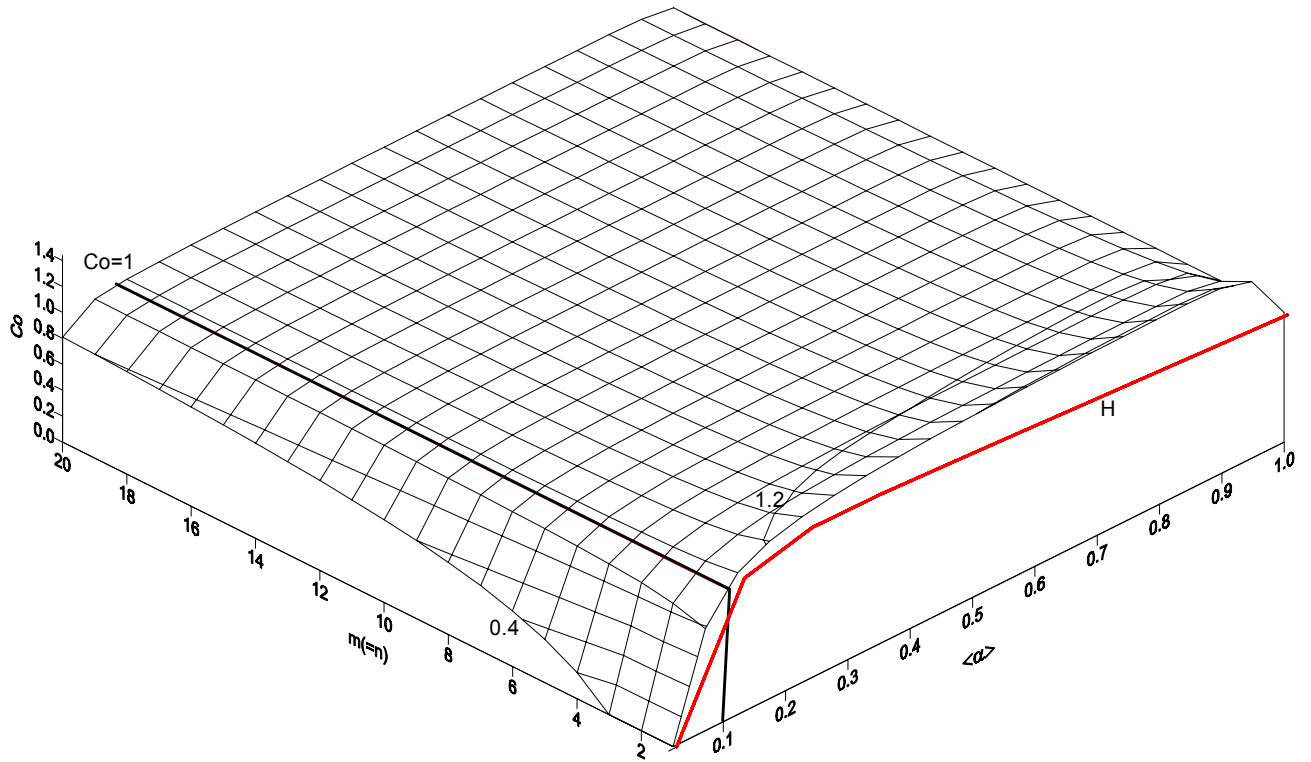


Рис.4. Параметр распределения двухфазного потока для выпуклых и вогнутых профилей истинного объемного паросодержания C_0 . $\alpha_w=0.1$; H - Ханкоккс [3].

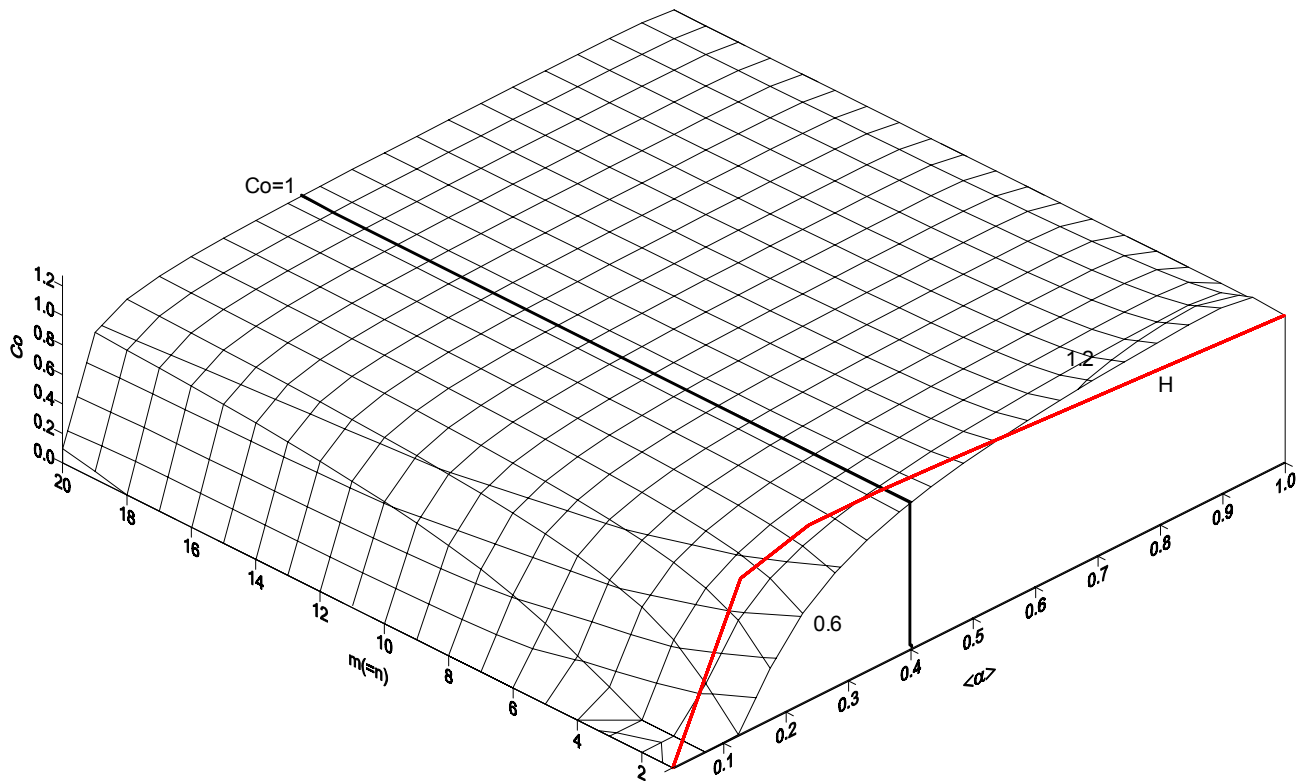


Рис.5. Параметр распределения двухфазного потока для выпуклых и вогнутых профилей истинного объемного паросодержания C_0 . $\alpha_w=0.4$; H - Ханкоккс [3].

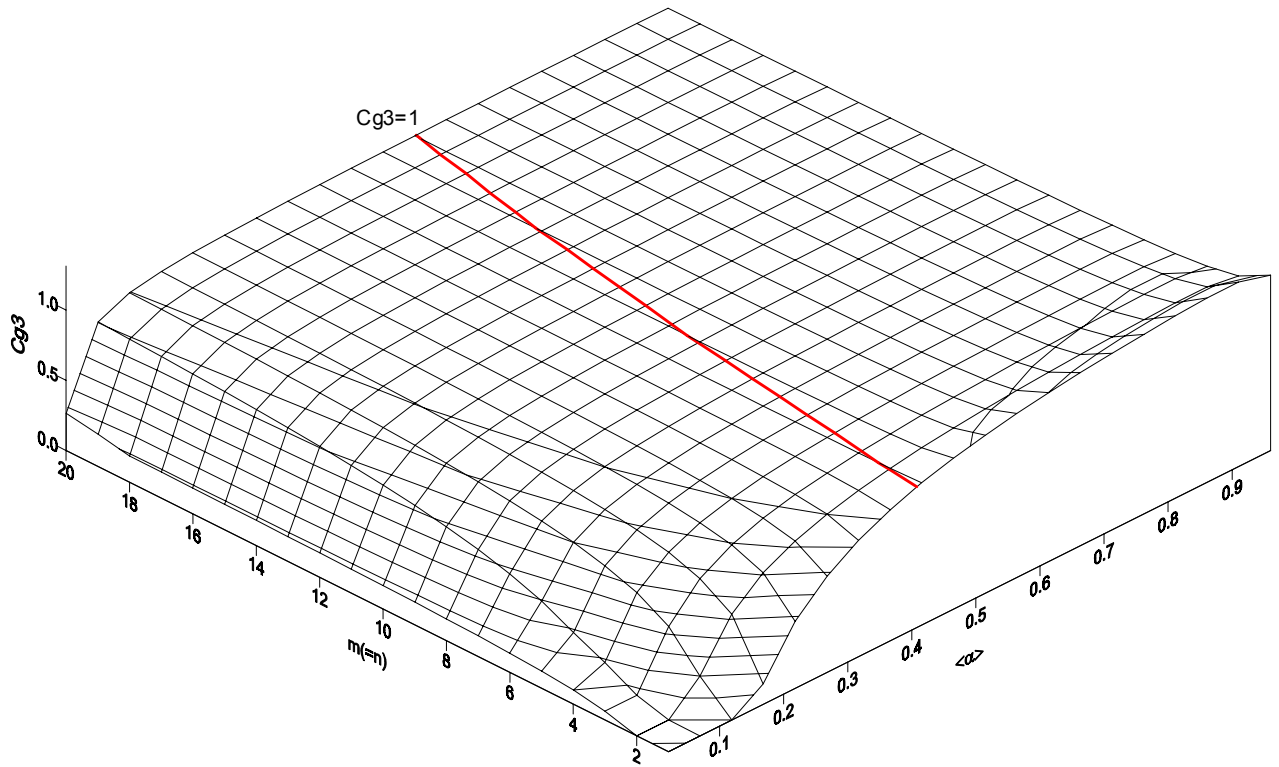


Рис.6. Динамический параметр распределения паровой фазы C_{g3} как функция показателя степени m и $\langle \alpha \rangle$ при $\alpha_w=0.4$, $\tilde{W}_{gj} = 0.5$.

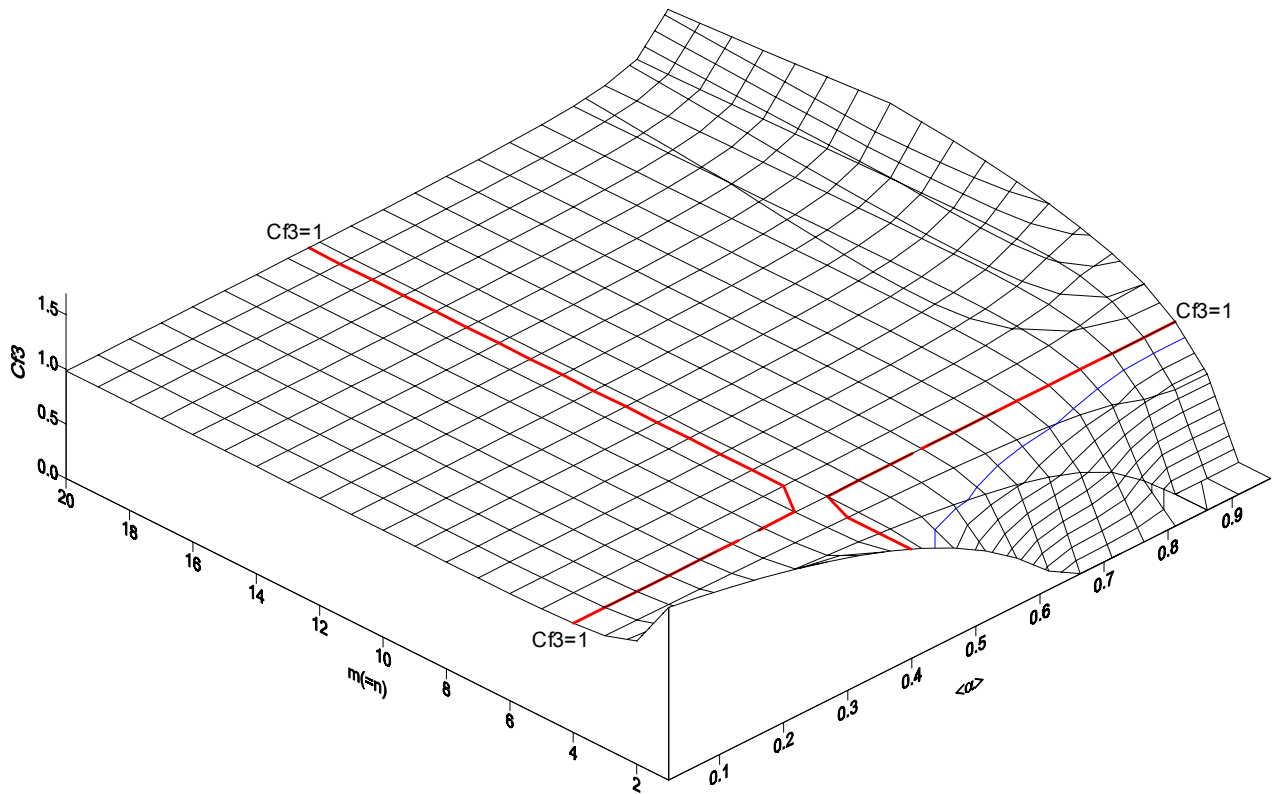


Рис.7. Динамический параметр распределения жидкой фазы C_{f3} как функция показателя степени m и среднего по сечению $\langle \alpha \rangle$ при $\alpha_w=0.4$, $\tilde{W}_{ff} = 0.5$.

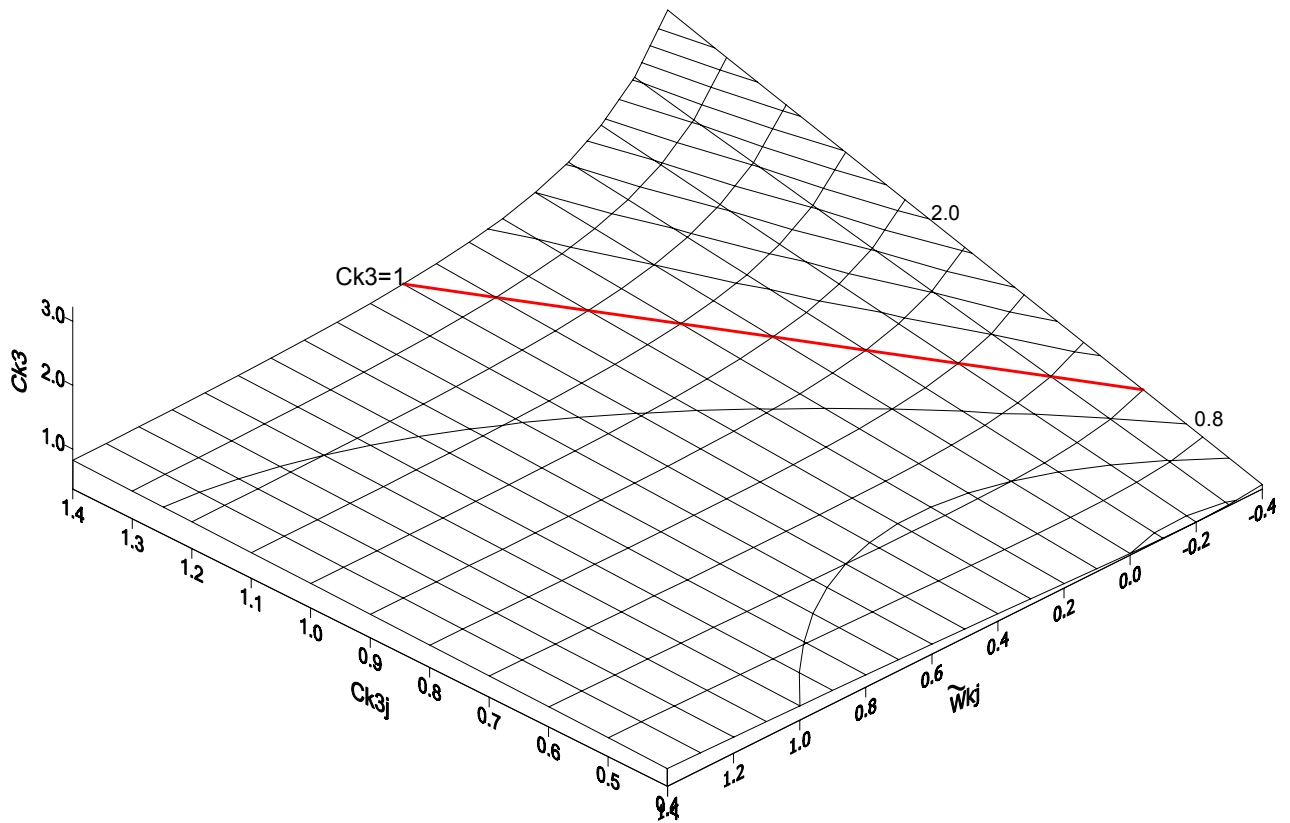


Рис.8. Динамический параметр распределения паровой фазы C_{k3} как функция параметра распределения C_{k3j}^j и относительного всплытия \tilde{W}_{kj} при $C_{k0}=0.5$.

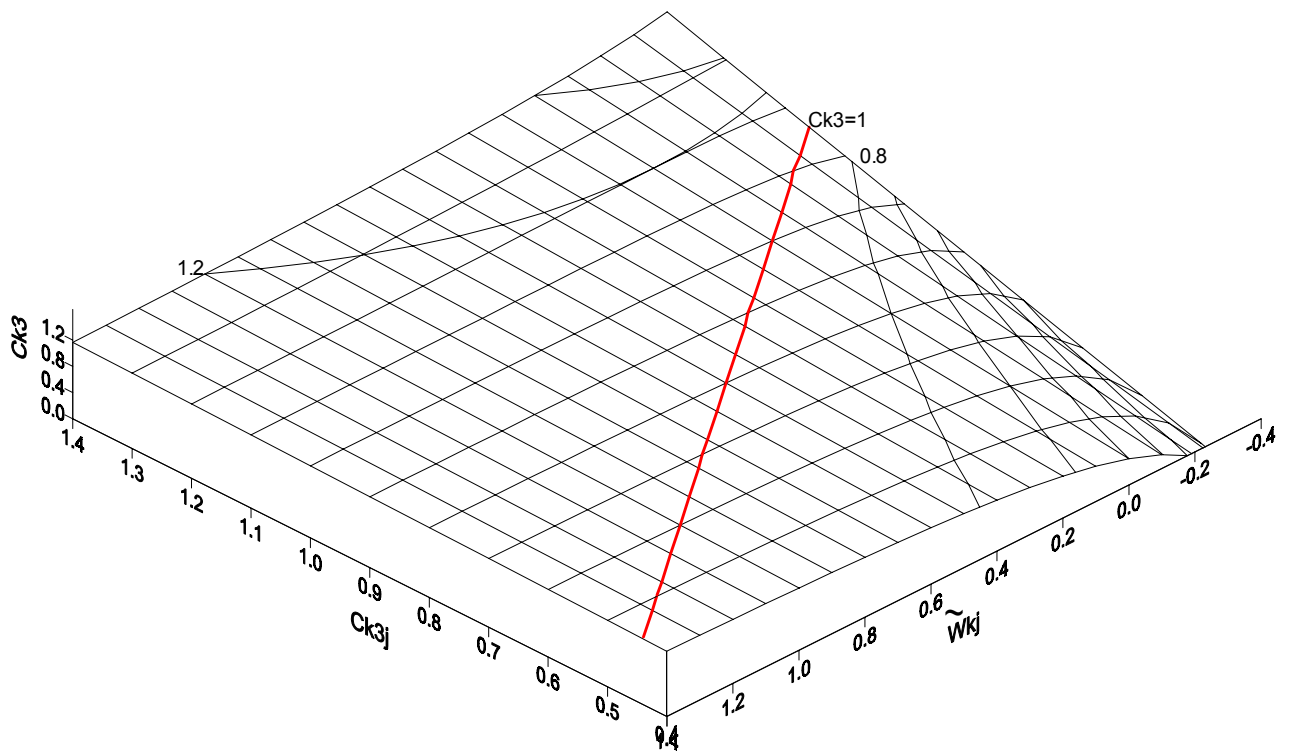


Рис.9. Динамический параметр распределения паровой фазы C_{k3} как функция параметра распределения C_{k3j}^j и относительного всплытия \tilde{W}_{kj} при $C_{k0}=1.2$.

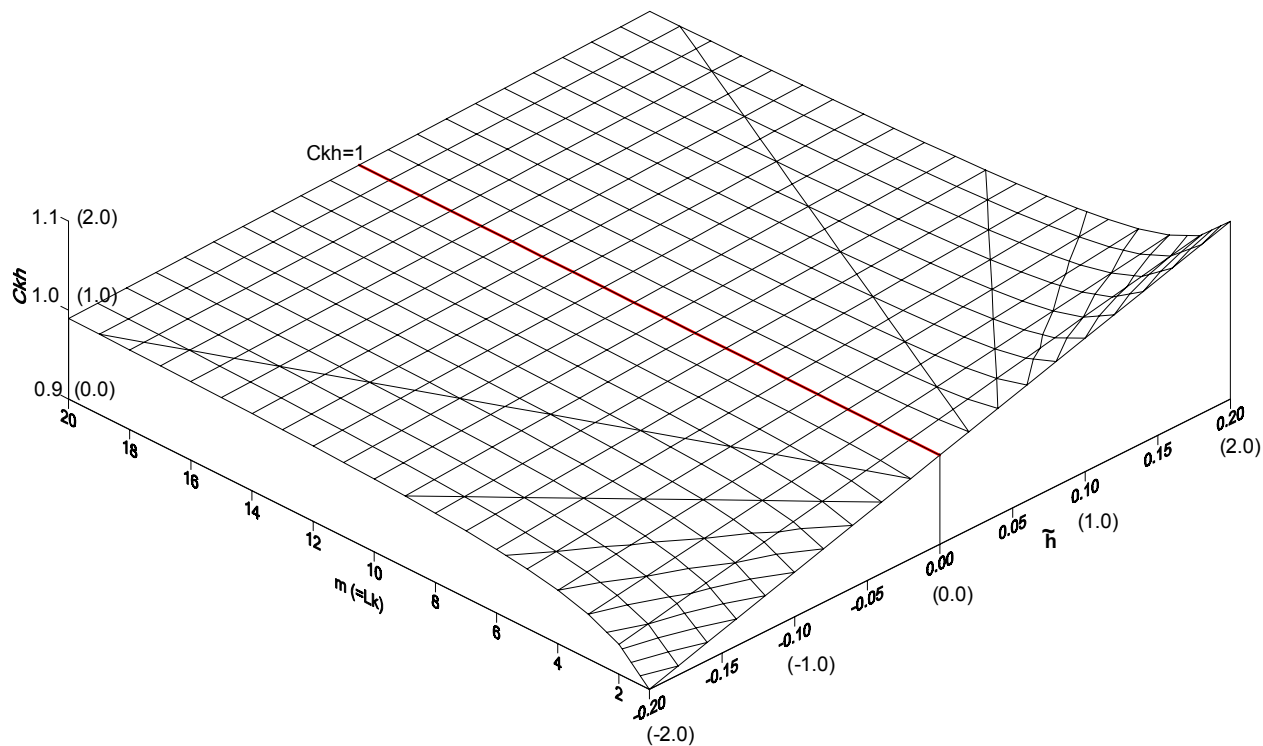


Рис.10. Диапазоны изменения термического параметра распределения C_{kh} как функции показателя степени m и фактора формы энтальпии $\tilde{h} = 1 - h_{kw} / \langle h_k \rangle$ для двух диапазонов изменения относительной энтальпии: $-0.2 \div 0.2$ и $-2.0 \div 2.0$.

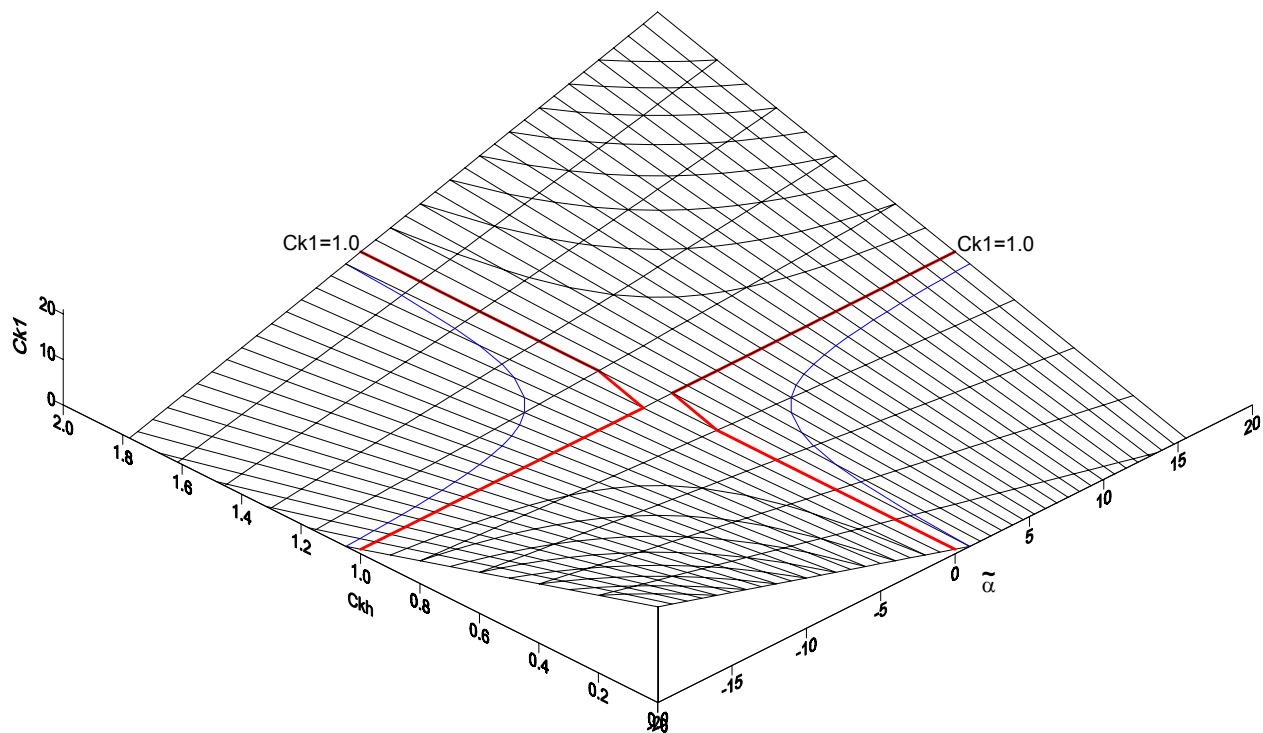


Рис.11. Параметр распределения энтальпии C_{kl} как функция термического параметра распределения C_{kh} и фактора формы паросодержания $\tilde{\alpha} = 1 - \alpha_{kw} / \langle \alpha_k \rangle$.

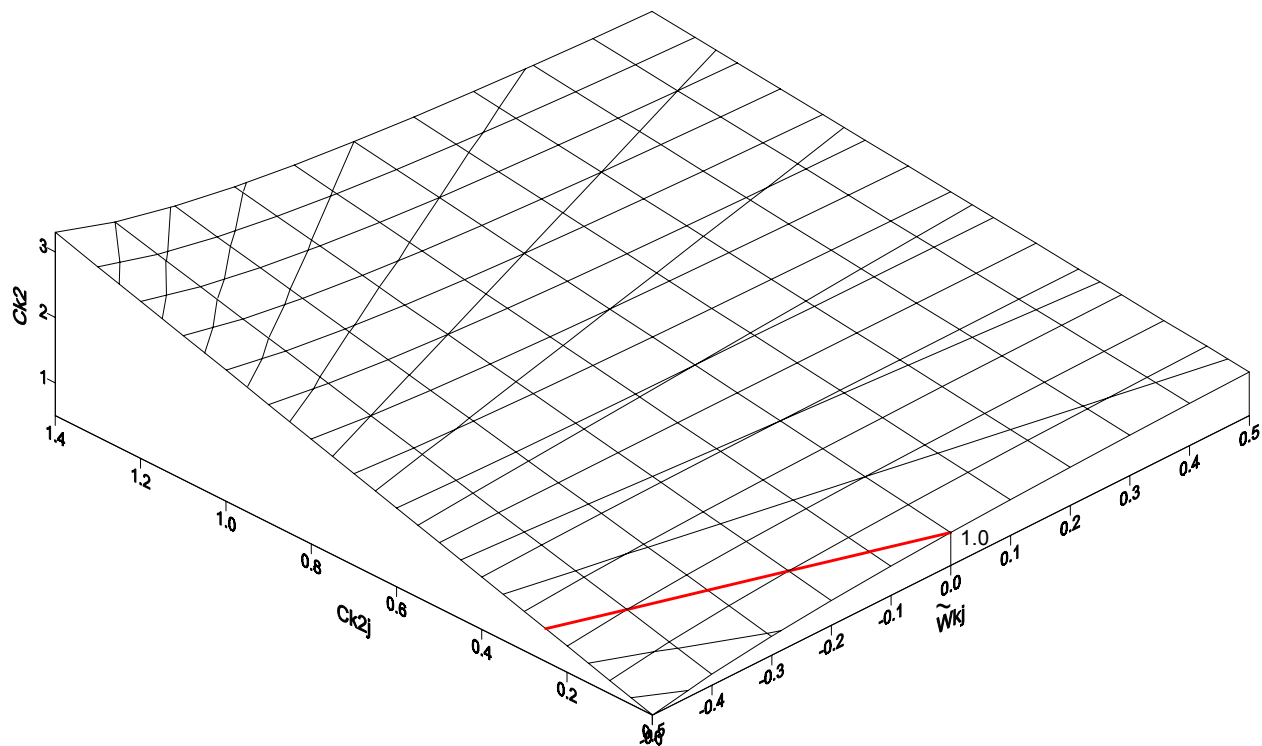


Рис.12. Параметр распределения потока энтальпии C_{k2} как функция параметров распределения C_{k2j} и относительного всплытия \tilde{W}_{kj} при $C_{k1}/C_{k0} = 0.5$.

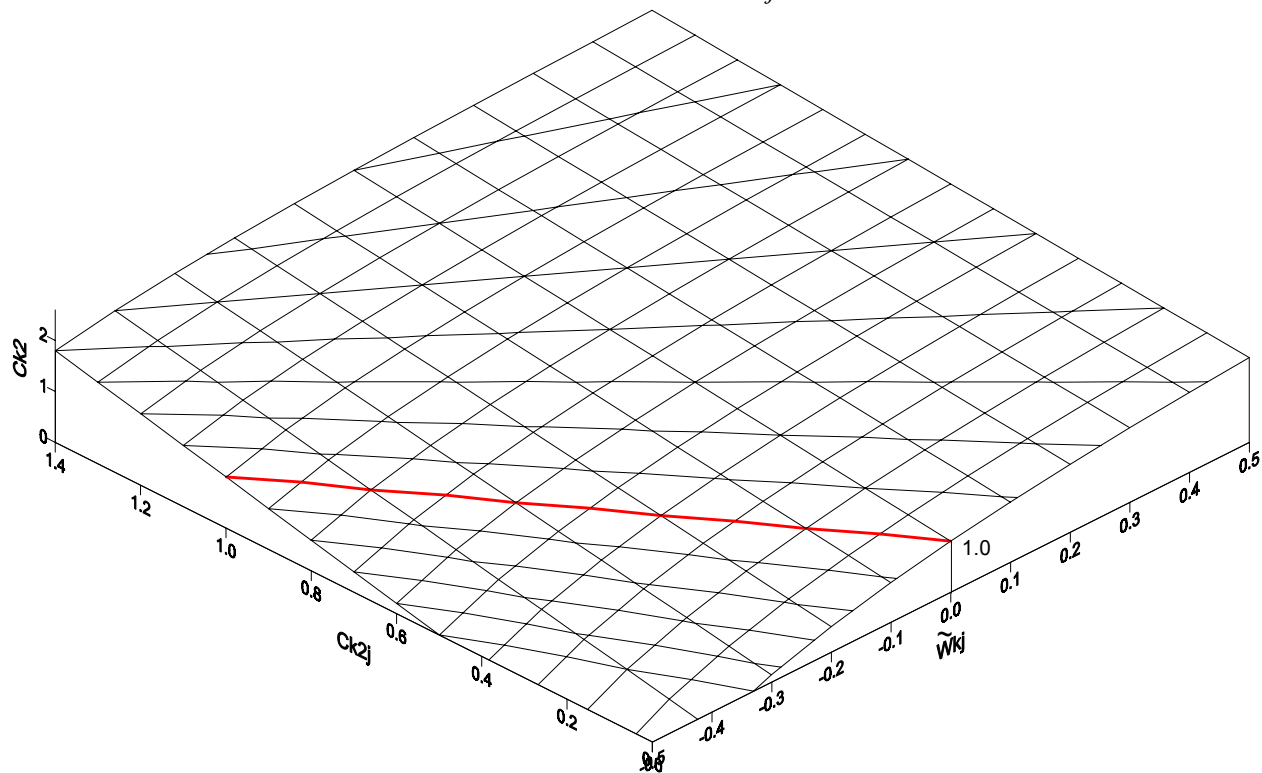


Рис.13. Параметр распределения потока энтальпии C_{k2} как функция параметров распределения C_{k2j} и относительного всплытия \tilde{W}_{kj} при $C_{k1}/C_{k0} = 2.0$.

Одной из прикладных целей настоящего анализа параметров распределений C_{ki} являлось исследование характера их поведения в широком диапазоне параметров и выявление возможных аномальных областей их изменения. Поэтому расчеты по полученным аналитическим выражениям параметров распределений C_{ki} (см. табл. 1) проводились в максимально возможном диапазоне обобщенных переменных и представлены на рис 4-13. Наиболее значительным фактором, подтверждающим необходимость учета радиальных профилей параметров, является существование огромных областей с отличающимися от единицы параметрами распределений C_{ki} .

3. Пристенный коэффициент трения, тепло- и массообмена для сборок твэл

Для преимущественно продольного течения теплоносителя через концентрические кольцевые каналы и сборки стержней с постоянным поперечным сечением основные характеристики изменяются как в аксиальном, радиальном, так и в азимутальном направлениях, см. Рис.14. При этом возможно применение различных схем течения в пограничном слое. Изменения локальных величин S -переменной (под которой будем понимать аксиальную скорость, энтальпию, и/или концентрацию) оказываются идентичными в плоскостях, нормальных к твердой стенке. При этом основным допущением является справедливость градиентной формулировки переноса субстанции вдоль нормали к смоченному периметру.

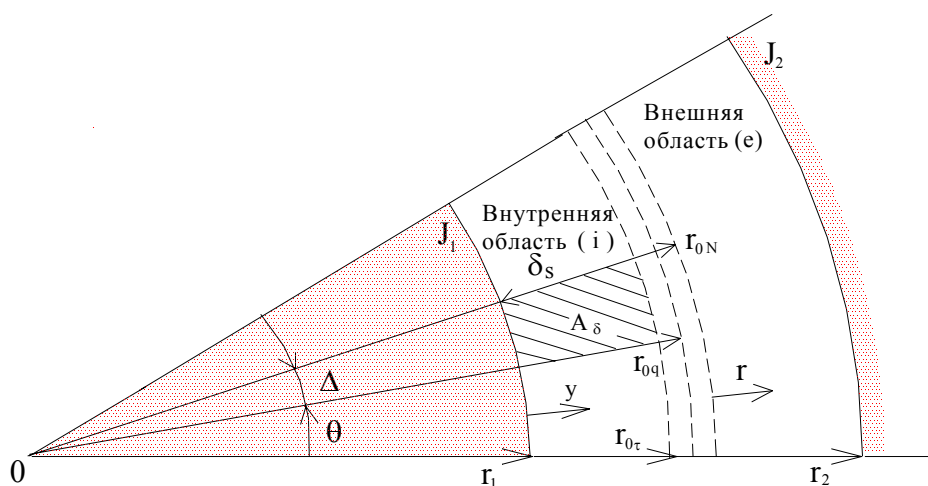


Рис.14. Графическое представление течения для случая неравных вязких напряжений, плотностей потока тепла и массы на стенках концентрического кольца. Внутренняя область дает представление о гидродинамическом, тепловом и концентрационном пограничных слоях около твэл. Обозначения: r_1 – радиус твэл (r_2 – радиус внешней стенки кольца), θ – азимутальный угол, Δ – инкремент азимутального угла, y – координата от поверхности ($r=r_1+y$), δ_s – толщина погранслоя (гидро-динамического - τ , теплового - q , (или концентрационного - N)), A_δ - площадь поперечного сечения кольцевого сектора.

Исходная математическая формулировка основана на трехмерном ($z-r-\theta$) описании течения в рамках модели пограничного слоя. Уравнения законов сохранения (рис. 1) могут быть представлены в обобщенной форме как:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r J_{r\theta}) = \rho w \frac{\partial S}{\partial z} + \rho v \frac{\partial S}{\partial r} + \rho v_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - I_{v\theta}, \quad (3)$$

где w , v , v_θ - аксиальная, радиальная, азимутальная скорости. Уравнение (3) представляет собой

покоординатную форму записи обобщенного уравнения переноса [1] субстанции. В правой его части стоят члены, учитывающие аксиальную, радиальную, азимутальную и инерционную компоненту потока массы, импульса и энергии. Член источника $I_{v\theta}$ объединяет градиент давления и гидростатическую компоненту в уравнении движения, тогда как, для уравнения энергии (диффузии) им являются источник/сток тепла (вещества).

После масштабирования переменных в ур.(3) и интегрирования его сначала с переменным верхним пределом $Y=y/\delta_s$, а затем до границы пограничного слоя ($Y=1$) и преобразования полученных интегралов получим уравнение для локальной плотности потока субстанции (с обозначением $Y_s = 1 + 2\tilde{\delta}_s Y$; $\tilde{\delta}_s = \delta_s / r_1$):

$$\tilde{J}_{Y\theta} = \left\{ 1 - G^\wedge \left[1 + E_v K_v - E_z K_z - E_n K_n - 2\tilde{\delta}_s E_\theta K_\theta \right] \right\} / Y_s \quad (4)$$

Как видно из ур.(4), вклад каждой из рассматриваемых компонент локального профиля субстанции, то есть конвективного переноса в аксиальном, радиальном и азимутальном направлениях, источников (стоков) и т.д., в плотность потока субстанции $J_{Y\theta}$ может рассматриваться как коррекция к линейному распределению. Это становится особенно очевидным, когда погранслоем весьма тонок $\tilde{\delta}_s \ll 1$. Здесь следует заметить, что локальная плотность потока субстанции $J_{Y\theta}$ зависит как от весовых функций, ЛПС компонент и коэффициентов, так и от граничных условий и геометрии.

Таблица 3. Определения компонент локального профиля субстанции - E, коэффициентов профиля - K и весовых функций - G.

$E_v = \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^1 \tilde{I}_v Y_s dY d\theta / G_{a1} \quad (5)$	$K_v = 1 - \int_{\theta}^{\theta+\Delta Y} \int_0^1 \tilde{I}_v Y_s dY d\theta / (C_v G_a^\wedge) \quad (6)$
$E_z = \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^1 \tilde{\rho} w^+ \frac{\partial S^+}{\partial z} Y_s dY d\theta / G_1$	$K_z = 1 - \int_{\theta}^{\theta+\Delta Y} \int_0^1 \tilde{\rho} w^+ \frac{\partial S^+}{\partial z} Y_s dY d\theta / (C_z G^\wedge) \quad (8)$
$E_n = \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^1 \tilde{\rho} v^+ \frac{\partial S^+}{\partial Y} Y_s dY d\theta / G_1$	$K_n = 1 - \int_{\theta}^{\theta+\Delta Y} \int_0^1 \tilde{\rho} v^+ \frac{\partial S^+}{\partial Y} Y_s dY d\theta / (C_n G^\wedge) \quad (10)$
$E_\theta = \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^1 \tilde{\rho} v_\theta^+ \frac{\partial S^+}{\partial \theta} dY d\theta / G_1$	$K_\theta = 1 - \int_{\theta}^{\theta+\Delta Y} \int_0^1 \tilde{\rho} v_\theta^+ \frac{\partial S^+}{\partial \theta} dY d\theta / (C_\theta G^\wedge) \quad (12)$
$G_a^\wedge = Y(1 + \tilde{\delta}_s Y) / (1 + \tilde{\delta}_s) =$ $= G_{aY} / G_{a1} \quad \text{для } \rho w \neq f(Y) \quad (13)$	$G^\wedge = \int_{\theta}^{\theta+\Delta Y} \int_0^1 \tilde{\rho} w^+ Y_s dY d\theta / \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^1 \tilde{\rho} w^+ Y_s dY d\theta =$ $= G_Y / G_1 \quad (14)$

Полагая (как в [7]), что аксиальный градиент давления не изменен в поперечном сечении рассматриваемого кольцевого сектора сборки твэл (рис 14.), получим соотношение для коэффициента трения ζ_θ

$$\frac{8}{\zeta_\theta} = \text{Re}_\theta \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^1 \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}_\tau} \left(\int_0^Y \left\{ 1 - G_a^\wedge \left[1 + \frac{\tilde{\rho} f_v}{Fr_{*\theta}} + E_z K_z + E_n K_n + 2\tilde{\delta}_\tau E_\theta K_\theta \right] \right\} \frac{dY}{\tilde{\rho} \tilde{v}_T Y_\tau} \right) Y_\tau dY d\theta \quad (15)$$

где $Fr_{*\theta} = \tau_{w\theta} / (\rho_{w\theta} g r_w)$, $Y_\tau = 1 + 2\tilde{\delta}_\tau Y$ интегралы от компонент (т.е. E_z , E_n , E_θ) и коэффициентов K даны ур.(5)-(12) с заменой скорости w для переменной S и - τ_θ для J_θ . При

этом компонента локального профиля плотности и локальный коэффициент профиля плотности для кольцевого сектора есть:

$$\rho_{v1} = E_v = \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^Y \rho_v Y_\tau dY d\theta / G_{a1}, \quad (16) \quad K_v = 1 - \int_{\theta}^{\theta+\Delta Y} \int_0^Y \rho_v Y_\tau dY d\theta / (\rho_{v1} G_a^\wedge). \quad (17)$$

Допустив, как и выше, что градиент аксиальной энтальпии (концентрации) не является функцией радиальной позиции, получим следующее соотношение для числа Стантона теплообмена в виде:

$$\frac{1}{St_\theta} = Pe_\theta \tilde{\eta} \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^Y \frac{\rho w}{\rho w} \int_0^Y \left\{ \left[1 - G^\wedge (1 - \tilde{q}_v K_H + E_n K_n + 2\tilde{\delta}_q E_\theta K_\theta) \right] \frac{dY}{\tilde{\rho} \tilde{k}_T Y_q} \right\} Y_q dY d\theta, \quad (18)$$

где $Y_q = 1 + 2\tilde{\delta}_q Y$ и интегралы от компонент (E_n , E_θ и E_Δ) и коэффициентов K идентичны ур. (5)-(12) когда $S=h$ и $-q_\theta$ для J_θ . Компонента и коэффициент профиля внутренних источников (стоков) тепла для кольцевого сектора есть:

$$q_{v1} = E_v = \int_{\theta}^{\theta+\Delta 1} \int_0^Y q_v Y_q dY d\theta / G_1, \quad (19) \quad K_H = 1 - \int_{\theta}^{\theta+\Delta Y} \int_0^Y q_v Y_q dY d\theta / (q_{v1} G^\wedge). \quad (20)$$

Зависимость для коэффициента массообмена функционально полностью идентична уравнению (18), отличаясь лишь коэффициентом $\tilde{\eta}=1$. Уравнения (15) и (18) непосредственно включают азимутальные эффекты, важные для кольцевой и субканальной геометрий. Они также обобщают известные интегралы, полученные Петуховым для трения и Лайоном для теплообмена, а также выведенные в [8] (для круглой трубы) относительно учета введенных дополнительных факторов (компонент локальных профилей субстанций) и предназначены для методов и кодов субканального анализа сборок твэл.

Литература

1. Делаей Дж., Гио М., Ритмаллер М. Теплообмен и гидродинамика в атомной и тепловой энергетике. Пер. с англ. под ред. Н.Л.Кириллова. М.: Энергоатомиздат, 1984, 424с.
2. Зубер Н., Финдлей Д. Средняя объемная концентрация фаз в системах с двухфазным потоком. Теплопередача. Сер. С. М.: Мир, 1965, т. 87, №4, с. 29-47
3. Hancock W.T., Nicoll W.B. Prediction of time dependent diabatic two-phase water flows. In Progress in Heat and Mass Transfer, v. 6, Pergamon Press, 1972, p. 119-135.
4. Kornienko Yu.N., Kuzevanov V.S., Sorokin A.P. "The technique of calculation of nonequilibrium two-phase flow in pin bundles using quasi-2D approaches and subchannel approximation." Proc. Intern. Symp. on gas-liquid two-phase flows. ASME, 1990, FED v.99, pp.321-330.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1986, 544с.
6. Справочник по теплообменникам. Т.1, под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова, М.: Энергоатомиздат, 1987, 560с.
7. Kornienko Yu.N., Ninokata H. Influences of the transversal non-homogeneous parameter distribution on wall friction, heat and mass transfers in single- and two-phase flows in vertical annular and subchannel geometries. Proc. of ICONE-7, Trac.7, CD-Room, 19-23, April 1999, Tokyo, Japan.
8. Kornienko Yu.N. "Generalized integral forms for friction, heat and mass transfer coefficients." Int. J. Heat Mass Transfer. Vol.38, No.16, pp.3103-3108, 1995.