

# 1. Übungszettel zur Vorlesung „Analysis I“

Sommersemester 2016

Abgabe bis Dienstag, den 3. Mai 2016, in die Tutorenfächer

## Aufgabe 1. (5 Punkte)

Man beweise die Ungleichung zwischen arithmetischem und geometrischem Mittel. Sind  $a, b \geq 0$  reelle Zahlen so gilt

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

Die Zahl  $\sqrt{ab}$  heißt *geometrisches*,  $\frac{a+b}{2}$  *arithmetisches* Mittel von  $a$  und  $b$ .

## Aufgabe 2. (5 Punkte)

Seien  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  und  $f: A \rightarrow B$  sei streng monoton. Zeige:

- (i)  $f$  ist injektiv,
- (ii) Ist  $f$  surjektiv, so ist auch  $f^{-1}: B \rightarrow A$  streng monoton.

## Aufgabe 3. (5 Punkte)

Wir wissen, dass  $\mathbb{R}$  ein geordneter Körper ist, d. h. wir haben auf  $\mathbb{R}$  eine Ordnungsrelation  $<$ , die die Axiome (O1)–(O4) erfüllt. Zeige, dass im Gegensatz dazu der Körper  $\mathbb{C}$  der komplexen Zahlen nicht angeordnet werden kann, d. h. dass es keine Relation  $<$  auf  $\mathbb{C}$  gibt, so dass (O1)–(O4) gelten.

*Tipp:* Angenommen,  $<$  wäre eine solche Relation, dann gilt wegen (O1) entweder  $i < 0$  oder  $i > 0$ . Folgere in beiden Fällen  $0 < -1$  und führe diese Aussage zu einem Widerspruch.