

3 Dynamické modely a chyby senzorů, metody zmenšení chyb.

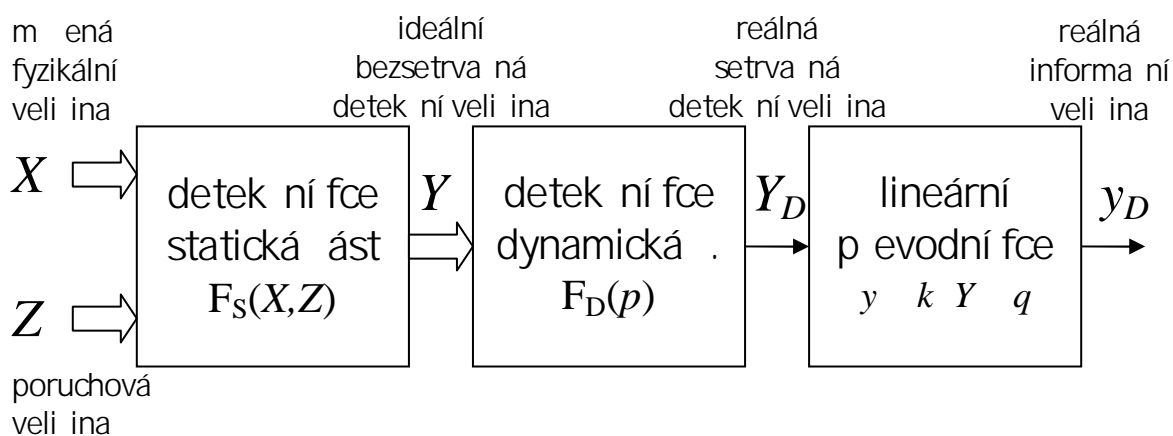
3.1 Dynamické modely senzorů

Reálný detektor je obecně setrvačný dynamický člen

Tato vlastnost se projevuje při snímání fyzikálních veličin, které se významně mění s časem. Obecně čím rychlejší je změna, tím větší je okamžitá chyba měření. Dynamická funkce detektoru je závislá na jeho fyzikální podstatě a konstrukci, a lze ji potlačit buď jeho fyzickou úpravou, nebo kompenzací při zpracování informací veličiny. Dynamické chování senzoru lze popsat lineárními diferenciálními rovnicemi s konstantními koeficienty. Pokud rovnice není lineární, je nutno ji po úsecích linearizovat a dynamické chování sledovat v daných úsecích.

Rozšířený model detekční části:

Detektor lze modelovat sériovým zapojením statické a dynamické části detekční funkce:



Označení: Y, y jsou ideální bezsetrvačné veličiny a Y_D, y_D reálné setrvačné.

Dynamickou část detekční funkce lze obecně definovat jako p-enosovou funkci v Laplaceovské transformaci:

$$F_D(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{1 + pT_{b1} + \dots + p^m T_{bm}}{1 + pT_{a1} + \dots + p^n T_{an}}$$

přičemž platí, že: $\lim_{p \rightarrow 0} F_D(p) = 1$, tj. statické zesílení (při konst. X a Z) = 1

Dosadíme-li do uvedených rovnic za $p = j\omega$, získáme frekvenční přenos vyjadřující ustálenou složku přenosu (tj. partikulární integrál lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty). Platí:

$$F_D(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{jQ(j\omega)} = A(\omega)e^{j\phi(\omega)}$$

$$A(\omega) = |F_D(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

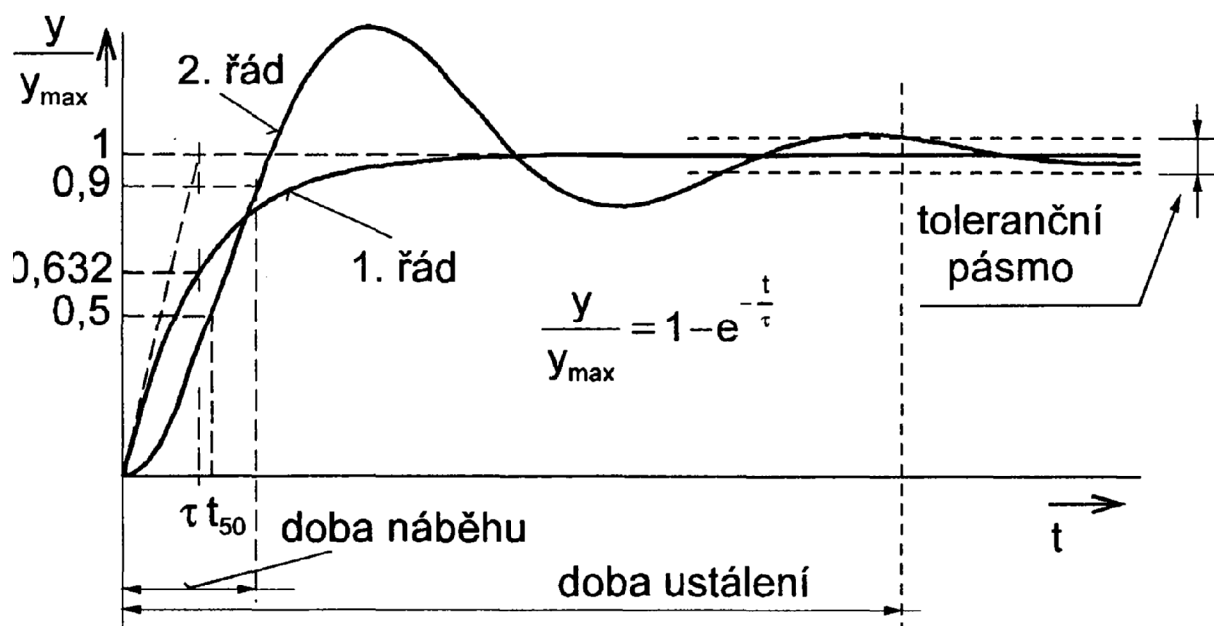
$$\phi(\omega) = \arg F_D(j\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

V nejjednodušším případě lze dynamický přenos modelovat pomocí dynamické funkce prvního řádu:

$$F_D(p) = \frac{1}{1 + pT}$$

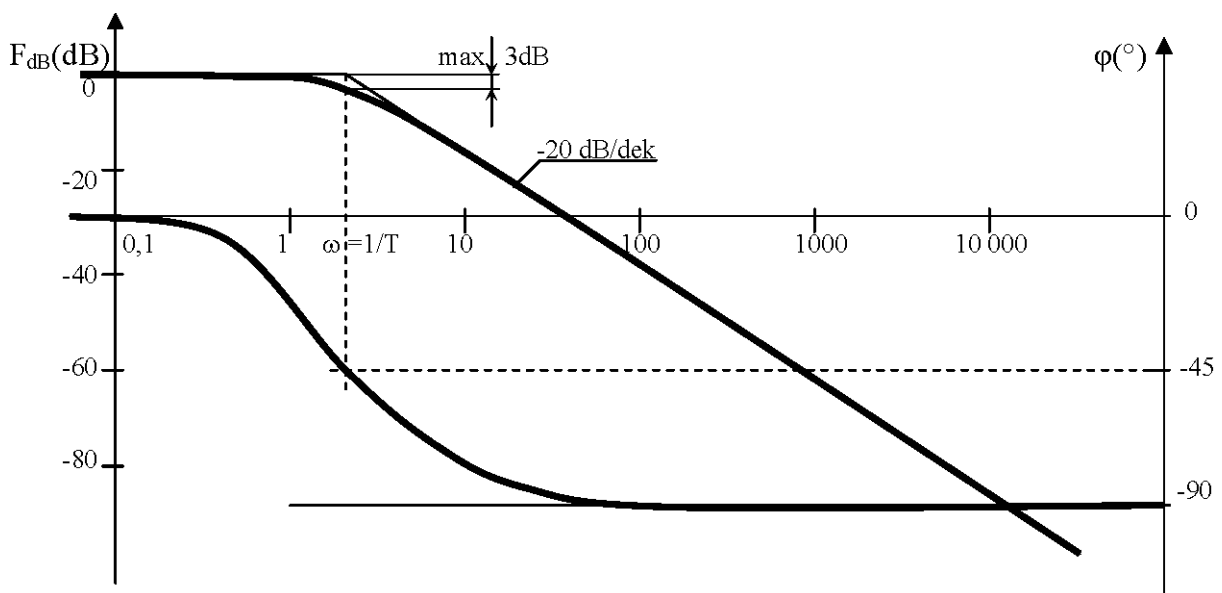
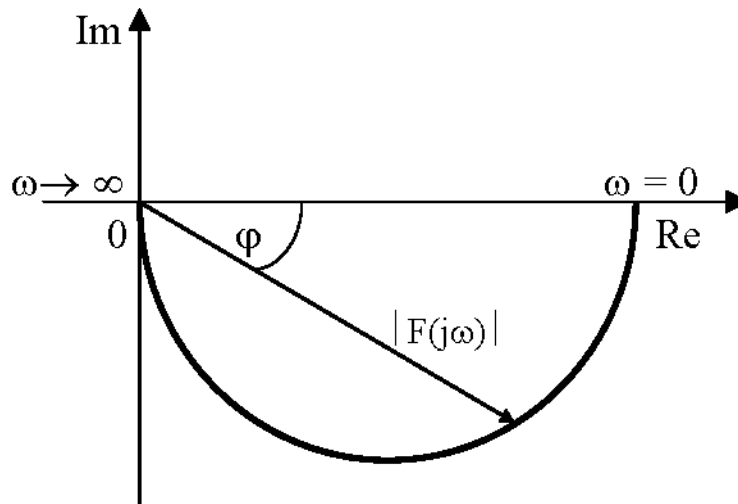
Pechodová charakteristika dynamické funkce detektoru:

– popisuje výstupní odezvu detektoru na jednotkový skok vstupu (skokovou změnu měřené vstupní veličiny)



Frekvenční charakteristika dynamické funkce detektoru:

– popisuje poměr amplitudy a fáze výstupu detektoru při harmonické změně vstupních veličin s proměnnou frekvencí od 0 (ustálený stav) do ∞ .



Výstupní signál reálného setrvačného členu se obecně s rostoucí frekvencí zaostává co do fáze a amplituda výstupních kmitů se zmenšuje až k nule (pro $f = \infty$). Z toho vyplývá, že výstup snímá epi rychlých změnách (relativně vzhledem k časové konstantě snímá e) nebude odpovídat měně veličin.

3.2 Dynamické chyby senzorů

Předpokládejme informační veličiny $y(t)$, $y_D(t)$,

jejich Laplaceovy obrazy $Y(p)$, $\hat{Y}(p)$

a okamžité odchylky $y(t) - y_D(t) = y(t) - \hat{Y}(p)$ a $Y(p) - Y_D(p) = Y(p) - \hat{Y}(p)$

Dynamická chyba senzoru $e_D(t)$, resp. $e_D(p)$ (tj. absolutní resp. relativní dynamická chyba) je dána především odchylkou mezi chováním reálného a ideálního detektoru, vyhodnocovací obvody považujeme za bezsetrvačné. V Laplaceovské transformaci platí pro absolutní a relativní hodnotu chyby:

$$e_D(p) = Y_D(p) - Y(p) = Y(p) F_D(p) - Y(p)$$

$$e_D(p) = \frac{e_D(p)}{Y(p)} = F_D(p) - 1$$

Po zpětné Laplaceovské transformaci dostaneme časovou funkci dynamické chyby:

$$e_D(t) = \mathcal{Z}^{-1} \{ Y(p) F_D(p) - Y(p) \}$$

Pro čistě harmonickou změnu vstupní veličiny lze vyjádřit vektor abs. chyby v modulu a fázi pomocí cosinové vlny:

$$|e_D(j\omega)| = \sqrt{|Y(j\omega)|^2 - |F_D(j\omega) \cdot Y(j\omega)|^2} = 2|F_D(j\omega) \cdot Y(j\omega)| \cdot |Y(j\omega)| \cdot \cos(\varphi_{F_D})$$

$$\text{tg}(\varphi_D) = \frac{|F_D(j\omega) \cdot Y(j\omega)| \cdot \sin(\varphi_{F_D})}{|Y(j\omega)| - |F_D(j\omega) \cdot Y(j\omega)| \cdot \cos(\varphi_{F_D})}$$

Pro konstantní hodnotu vstupu $y(t) = c$ je dynamická chyba:

$$e_D(p) = Y(p) F_D(p) - Y(p) = \frac{c}{p} F_D(p) - \frac{c}{p}$$

A v ustáleném stavu:

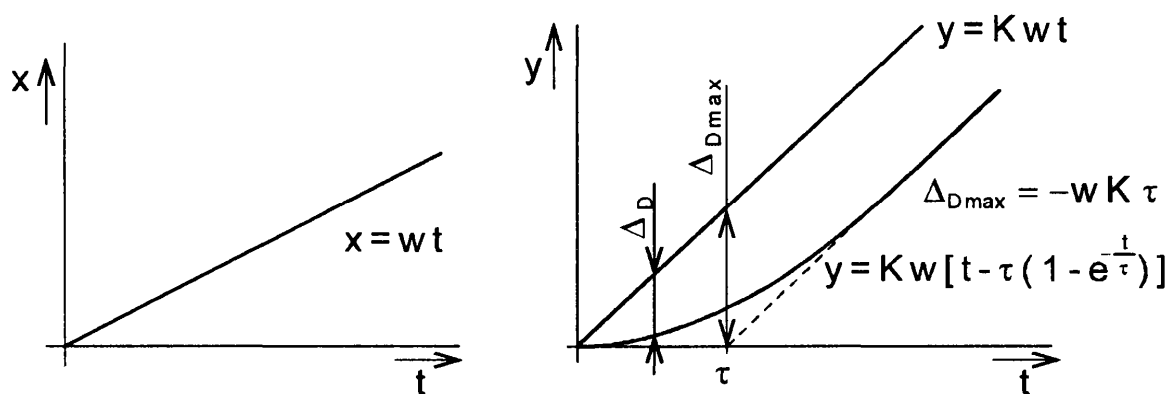
$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_D(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot e_D(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \left(\frac{c}{p} F_D(p) - \frac{c}{p} \right) = c \lim_{p \rightarrow 0} F_D(p) - c = 0$$

Pro stanovení dynamických vlastností senzoru v časové oblasti je vhodné vyjadřovat a měřit chybu ve formě odchylky odezvy na skokovou změnu vstupní veličiny (doplňkově charakteristiky). Skoková změna je však prakticky nerealizovatelná, a proto místo ní uvažujeme za přechodový děj odezvu na lineární nárůst rychlostí w , který proběhne v čase $t = t_{50}$. Čas t_{50} udává dobu, za kterou dosáhne hodnota výstupu 50% z maximální ustálené hodnoty y_{max} (viz obrázek výše).

Obrazem dynamické chyby je v tomto případě:

$$D(p) = \frac{Y(p)}{F_D(p)} = \frac{1}{p^2} F_D(p) = 1$$

$$D(t)_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot D(p) = -w T_D = T_1 \dots T_n$$



Při číslicovém zpracování informační veličiny (A/D převodu spojitého signálu) se dynamická chyba dále zvětší díky vlastní podstatě vzorkování v diskrétních časových okamžicích. Pro vzorkovací periodu T_s , o které předpokládáme, že je vždy větší než doba převodu analogové veličiny na číslicový tvar kódového slova, platí podmínka:

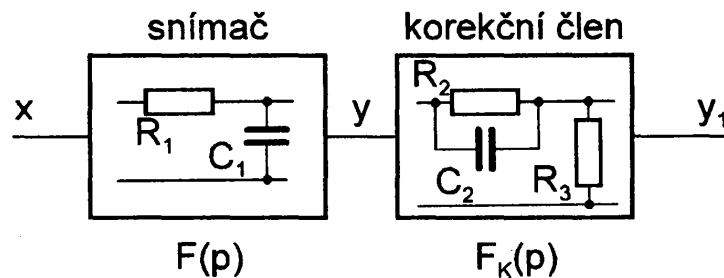
$$T_s \leq \frac{X_{max}}{2^{n-1} \max \left| \frac{dX}{dt} \right|}$$

kde $\max \left| \frac{dX}{dt} \right|$ je maximální přípustná rychlost vstupní veličiny, aby předávaná dynamická chyba nepřekročila hodnotu chyby kvantování.

3.3 Snižování dynamických chyb

3.3.1 Metoda korekčního členu

Změnu dynamických vlastností, tj. p-činnosť funkce senzoru, lze provést zařazením korekčního členu do měřicího okruhu. Jako příklad uveďme zařazení derivativního členu do série se senzorem podle následující obrázky:



Pro p-činnosť platí:

$$F(p) = \frac{1}{1 + pT_1} ; \quad F_k(p) = \frac{1 + pT_2}{1 + pT_3}$$

kde $T_1 = R_1 C_1$

$$T_2 = R_2 C_2$$

$$T_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C_2$$

Zvolíme-li $T_1 = T_2$, bude výsledný přenos celého řetězce $F_c(p)$ dán vztahem

$$F_c(p) = F(p) \cdot F_k(p) = K \frac{1}{1 + pT_3}$$

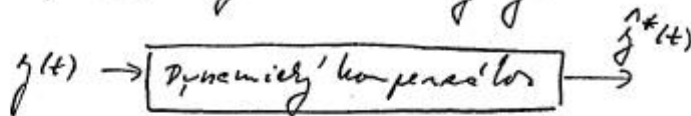
Dynamické vlastnosti měřicího okruhu tedy budou dány pouze korekčním členem, při vhodné volbě hodnoty R_3 snadno dosáhneme podmínky $T_3 \ll T_1$. Korekce dynamické chyby předpokládá stálost časové konstanty senzoru T_1 v čase. Nevýhodou této metody je, že zmenšováním časové konstanty T_3 roste útlum korekčního členu, takže užitečný signál může klesnout pod úroveň rušivého napětí. Korekce dynamických vlastností lze řešit také číslicově.

3.3.2 Metoda stavového kompenzátoru

Návrh stavového kompenzátoru:

$$\tilde{Y}(p) = Y^*(p) - Y(p) = Y^*(p) \cdot (1 - F_N(p))$$

Kompence dynamické chyby



Model dynamiky detekční části senzoru

$$\dot{S}_D(t) = A_D \cdot S_D(t) + B_D \cdot y^*(t)$$

$$y(t) = C_D \cdot S_D(t)$$

— Model dynamiky výhoje měření veličiny

$$\dot{S}_X(t) = A_X \cdot S_X(t)$$

$$y^*(t) = C_X \cdot S_X(t)$$

Struktura stavového dynamického kompenzátoru:

$$S = \begin{bmatrix} S_D \\ S_X \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} A_D & B_D \cdot C_X \\ 0 & A_X \end{bmatrix}$$

$$C = [C_D, 0]$$

$$\hat{y}^*(t) = C_X \cdot \hat{S}_X(t) = [0, C_X] \cdot \hat{S}(t)$$

$$\hat{s}(t) = A \cdot \hat{s}(t) + \hat{k} [y(t) - e \cdot \hat{s}(t)] \quad \text{13}$$

$[A - \hat{k} \cdot e]$ stabilní a řádové

$$\hat{y}^*(t) = [0, e_x] \cdot \hat{s}(t)$$

Př 1: $y^*(t) = e = \text{konstanta}$

$$F_n(p) = \frac{1}{pT+1}$$

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = y^*(t)$$

$$\frac{dy^*(t)}{dt} = 0$$

$$\begin{aligned} s_y(t) &= y(t) \\ s_x(t) &= y^*(t) \end{aligned} \quad S = \begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \end{bmatrix}$$

$$A_D = -\frac{1}{T} \quad B_D = \frac{1}{T}$$

$$C_D = 1$$

$$A_x = 0 \quad e_x = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & \frac{1}{T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = [1, 0]$$

\hat{k} $[A - \hat{k}e]$ stabilní a pořádkové póly (např.)

$$\dot{\hat{S}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & \frac{1}{T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{S}(t) + \hat{K} \cdot (y(t) - \underbrace{[1, 0] \cdot \hat{S}(t)}_{\hat{S}_1(t)})$$

$$\dot{y}^*(t) = \underbrace{[0, 1]}_{\hat{S}_2(t)} \cdot \hat{S}(t)$$

$$\hat{K} = [\hat{k}_1, \hat{k}_2]^T$$

$$\dot{\hat{S}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} - \hat{k}_1 & \frac{1}{T} \\ -\hat{k}_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{S}(t) + \begin{bmatrix} \hat{k}_1 \\ \hat{k}_2 \end{bmatrix} \cdot y(t)$$

$$\dot{y}^*(t) = \underbrace{[0, 1]}_{\textcircled{C}} \cdot \hat{S}(t) = \hat{S}_2(t)$$

$$Y^*(p) = F_K(p) \cdot Y(p) \quad F_K(p) = \hat{C} \cdot (pI - \hat{A})^{-1} \cdot \hat{B}$$

Př. 2 $y^*(t) = c \cdot t \quad \left(\frac{d^2 y^*(t)}{dt^2} \right) = 0$

$$F_N(p) = \frac{1}{pT+1}$$

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = y^*(t)$$

$$S_y(t) = y(t)$$

$$S_{y_1}(t) = y^*(t)$$

$$S_{y_2}(t) = \frac{dy^*(t)}{dt}$$

$$A_B = -\frac{1}{T} \quad B_B = \frac{1}{T}$$

$$C_D = 1$$

$$A_X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_X = [1, 0]$$

9/3

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & \frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1, 0, 0]$$

$$\hat{y}^*(t) = [0, 1, 0] \cdot \hat{S}(t)$$

$[A - \hat{K} \cdot C]$ stabilní, předsposobení

$$\dot{\hat{S}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} - \hat{k}_1 & \frac{1}{T} & 0 \\ -\hat{k}_2 & 0 & 1 \\ -\hat{k}_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{S}(t) + \begin{bmatrix} \hat{k}_1 \\ \hat{k}_2 \\ \hat{k}_3 \end{bmatrix} \cdot y(t)$$

(A) (B)

$$\hat{y}^*(t) = [0, 1, 0] \cdot \hat{S}(t) = \hat{S}_2(t)$$

(C)

$$Y^*(p) = F_k(p) \cdot Y(p) \quad \text{kompenzator dynamický}$$

$$F_k(p) = C \cdot (pI - \hat{A})^{-1} \cdot \hat{B}$$

Pr: Teplotní odporový senzor o reálném lineárně
 rostoucí teploty a dynamikou danou $T = \text{konst}$
 $F_u(t) = \frac{1}{1 + p \cdot T}$

