VIERKANTSWORTELS

de worteltrekking ⟶ $\sqrt[b]{a}$
a is het grondtal
b is de wortelexponent .

Bij een gewone vierkantswortel $\sqrt{a}$ is de wortelexponent 2.
De wortelexponenent 2 wordt niet genoteerd.

Worteltrekking van een getal
Bij een kwadraat doe je een getal maal een getal.
Bij een worteltrekking doe je eigenlijk het omgekeerde:
je kijkt of het grondtal gelijk is aan een kwadraat (getal maal een getal)
⟶ als dat zo is kan je de wortel trekken van het grondtal.

Voorbeeld:
$7^2 = 7 . 7 = 49$
$\sqrt{49} = \sqrt{7.7} = 7$

$\sqrt{81} = \sqrt{9.9} = 9$

Worteltrekking via herschrijven van het grondtal als een vermenigvuldiging
Je kan ook nagaan of een "gedeelte" van het getal een kwadraat is. Elk grondtal mag je immer herschrijven als een vermenigvuldiging.

Voorbeeld:
$\sqrt{50}$ ⟶ 50 is geen kwadraat. Je kan 50 echter schrijven als (25 . 2). (25 is wél een kwadraat).

$\sqrt{25.2}$ ⟶ je trekt nu de wortel van het deel van het grondtal waarvoor dat kan, de rest laat je staan.
$5\sqrt{2}$

Worteltrekking van een letter met een even exponent
Het grondtal is een letter met een even exponent.
De worteltrekking gebeurt door de exponent te delen door 2.

Voorbeeld:
$\sqrt{a^4} = a^2$

$\sqrt{b^{12} c^{200}} = b^6 c^{100}$

Worteltrekking van een letter met een oneven exponent.
Het grondtal is een letter met een oneven exponent.
Herschrijf je grondtal als: letter met exponent -1 . letter
Pas de worteltrekking toe op de letter met de (nu) even exponent en laat de rest staan.

Voorbeeld:
$\sqrt{a^7} = \sqrt{a^6 . a} = a^3 \sqrt{a}$

$\sqrt{c^{15}} = \sqrt{c^{14} . c} = c^7 \sqrt{c}$

Wat als het grondtal een 'getal' is met een exponent?
Volg de exponentregel en doe helemaal niets met het 'getal'.

$\sqrt{5^4} = 5^2 = 25$
$\sqrt{73^3} = \sqrt{73^2\ 73} = 73 \sqrt{73}$

REKENREGELS VOOR WORTELS

som en verschil: alleen als de grondtallen gelijk zijn!
$\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2 \sqrt{a}$ (elke letter, getal, wortel heeft 1 als coëfficiënt)
$3 \sqrt{b} - 5 \sqrt{b} = -2 \sqrt{b}$

$3 \sqrt{a} + 2 \mathrm{sqrt}\, b \longrightarrow$ hier kan je niets mee doen. De grondtallen verschillen.

Product: kan altijd
Vermenigvuldig de coëfficiënten met elkaar.
Vermenigvuldig de grondtallen met elkaar.

$2 \sqrt{a} . 3 \sqrt{b} = 6 \sqrt{ab}$

Elk product kan je schrijven als 1 wortelvorm:
$\sqrt{a} . \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

Elke wortelvorm kan je schrijven als het product van twee wortels:
$\sqrt{cd} = \sqrt{c} . \sqrt{b}$

Dit heel handig om wortels te vereenvoudigen.

Voorbeeld:
$\sqrt{75}$
De wortel van 75 kan je niet zomaar trekken.
Herschrijf 75 als een product zo dat minstens 1 van de factoren een kwadraat is. $\sqrt{75} = \sqrt{25 . 3}$
$\sqrt{75} = \sqrt{25 . 3} \rightarrow \sqrt{75} = \sqrt{25} . \sqrt{3} = 5 \sqrt{3}$

$\sqrt{196} = \sqrt{4} . \sqrt{49} = 2 . 7 = 14$

Quotiënt: kan altijd
Deel de coëfficiënten door elkaar.
Deel de grondtallen door elkaar.

$$\frac{4\sqrt{9}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Elk quotiënt kan je schrijven als 1 wortelvorm:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Ook dit kan helpen bij vereenvoudigingen.

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

ALGEMENE WERKWIJZE VOOR OEFENINGEN MET WORTELS

1) ga na het grondtal (of een deel ervan) een kwadraat is vb. $\sqrt{4a}$ (4 is een kwadraat a niet)
   trek de wortel van het kwadraat en laat de rest staan: $2\sqrt{a}$
2) als het grondtal geen kwadraat is, kijk dan of je het kan herschrijven als een product of quotiënt waar wel een kwadraat in zit.
3) Ga na of je getallen en/of letters onder de wortel met elkaar kan vermenigvuldigen en wat je daarmee kan doen.
4) Als het grondtal meerdere factoren bevat, kijk dan (na stap 3) naar elke factor afzonderlijk en pas daarop de regels toe.

OEFENINGEN (antwoorden achteraan)

Reeks 1: vereenvoudigen → komt altijd neer op herschrijven als een product

1. $\sqrt{63} =$
2. $\sqrt{32} =$
3. $\sqrt{50} =$
4. $\sqrt{147} =$
5. $\sqrt{20} =$
6. $\sqrt{200} =$
7. $\sqrt{75} =$
8. $\sqrt{56} =$
9. $\sqrt{125} =$
10. $\sqrt{40} =$
11. $\sqrt{a^{12}} =$
12. $\sqrt{a^{36}} =$
13. $\sqrt{b^9} =$
14. $\sqrt{b^6 a^2} =$
15. $\sqrt{a^{16} b^{11}} =$
16. $\sqrt{18a^{11}} =$
17. $\sqrt{24 a^6} =$
18. $\sqrt{9a^9} =$
19. $\sqrt{75a^{10}} =$
20. $\sqrt{16a^{16}} =$

Reeks 2: Rekenen met wortels
Probeer bij een som 1 van de termen zo te herschrijven dat alle termen hetzelfde grondtal hebben

1) $6\sqrt{3}+2\sqrt{12} =$
2) $\sqrt{45}\,.\,\sqrt{2} =$
3) $5\sqrt{2}+3\sqrt{8} =$
4) $\sqrt{5}\,.\,\sqrt{40} =$
5) $\sqrt{490}-5\sqrt{10} =$
6) $3\sqrt{5}+\sqrt{20}-4\sqrt{45} =$
7) $-16\sqrt{3}-(\sqrt{48}-\sqrt{125}) =$
8) $2\sqrt{27}+\sqrt{48} =$
9) $\sqrt{45}+3\sqrt{20} =$
10) $\sqrt{27}\,.\,\sqrt{48} =$
11) $15\sqrt{3}-3\sqrt{12} =$
12) $\sqrt{125}+3\sqrt{5} =$
13) $\sqrt{75}+\sqrt{7}\,.\,\sqrt{21} =$
14) $(\sqrt{40}-\sqrt{10})\,.\,\sqrt{2} =$
15) $\sqrt{a}+\sqrt{49a} =$
16) $10\sqrt{4a^5}+3a^2\sqrt{a}+3a\sqrt{16a^3} =$
17) $\sqrt{4a^2}+\sqrt{2a}\,.\,\sqrt{18a} =$
18) $13\sqrt{a}-2\sqrt{9a} =$
19) $3a\sqrt{a}+\sqrt{25a^3} =$
20) $\sqrt{81a^3}-2a\sqrt{a} =$
21) $\sqrt{6a}\,.\,\sqrt{15a^3}\,.\,\sqrt{10a} =$

WORTELVRIJ MAKEN VAN DE NOEMER

1. Gewoon 1 wortel en verder niets

⟶ vermenigvuldig teller en noemer met de wortel

$$\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}.\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

2. De noemer is een som of een verschil met minstens 1 wortel

Om dit op te lossen heb je een merkwaardig product nodig:

$a^2 - b^2 = (a - b) . (a + b)$

Dat geldt in de twee richtingen!

⟶ bij een som: vermenigvuldig teller en noemer met het verschil

$$\frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2.(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3}).(2-\sqrt{3})} = \frac{4-2\sqrt{3}}{(2)^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4-3} = \frac{4-2\sqrt{3}}{1} = 4-2\sqrt{3}$$

⟶ bij een verschil: vermenigvuldig teller en noemer met de som

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}.(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3}).(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{3\sqrt{15}+3\sqrt{9}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{15}+9}{5-3} = \frac{3\sqrt{15}+9}{2}$$

Reeks 3: Maak de noemer wortelvrij

1) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$

2) $\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$

3) $\dfrac{7\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$

4) $\dfrac{6+5\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$

5) $\dfrac{3\sqrt{8}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

6) $\dfrac{b}{\sqrt{a}}$

7) $\dfrac{b\sqrt{b}}{\sqrt{a^3}}$

8) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}$

9) $\dfrac{8}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

10) $\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

11) $\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{11}+3}$

12) $\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

ANTWOORDEN

Reeks 1: vereenvoudigen → komt altijd neer op herschrijven als een product

1. $\sqrt{63} = \sqrt{7.9} = 3\sqrt{7}$
2. $\sqrt{32} = \sqrt{2.16} = 4\sqrt{2}$
3. $\sqrt{50} = \sqrt{2.25} = 5\sqrt{2}$
4. $\sqrt{147} = \sqrt{3.49} = 7\sqrt{3}$
5. $\sqrt{20} = \sqrt{4.5} = 2\sqrt{5}$
6. $\sqrt{200} = \sqrt{2.4.25} = 2.5 = 10\sqrt{2}$
7. $\sqrt{75} = \sqrt{3.25} = 5\sqrt{3}$
8. $\sqrt{56} = \sqrt{4.14} = 2\sqrt{14}$
9. $\sqrt{125} = \sqrt{5.25} = 5\sqrt{5}$
10. $\sqrt{40} = \sqrt{4.10} = 2\sqrt{10}$
11. $\sqrt{a^{12}} = a^6$
12. $\sqrt{a^{36}} = a^{23}$
13. $\sqrt{b^9} = b^4\sqrt{b}$
14. $\sqrt{b^6 a^2} = b^3 a$
15. $\sqrt{a^{16} b^{11}} = a^8 b^5 \sqrt{b}$
16. $\sqrt{18a^{11}} = \sqrt{9.2.a^{10}.\,a} = 3a^5\sqrt{2a}$
17. $\sqrt{24\,a^6} = \sqrt{4.6.a^6} = 2a^3\sqrt{6}$
18. $\sqrt{9a^9} = \sqrt{9.a^8.\,a} = 3a^4\sqrt{a}$
19. $\sqrt{75a^{10}} = \sqrt{3.25.a^{10}} = 5a^5\sqrt{3}$
20. $\sqrt{16a^{16}} = 4a^8$

Reeks 2: Rekenen met wortels

Probeer bij een som 1 van de termen zo te herschrijven dat alle termen hetzelfde grondtal hebben

1) $6\sqrt{3}+2\sqrt{12} = 6\sqrt{3}+2\sqrt{4\,.\,3} = 6\sqrt{3}+2\,.\,2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}+4\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

2) $\sqrt{45}\,.\,\sqrt{2} = \sqrt{90} = \sqrt{9.10} = 3\sqrt{10}$

3) $5\sqrt{2}+3\sqrt{8} = 5\sqrt{2}+3\sqrt{2.4} = 5\sqrt{2}+3.\,2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}+6\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$

4) $\sqrt{5}\,.\,\sqrt{40} = \sqrt{200} = \sqrt{2.100} = 10\sqrt{2}$

5) $\sqrt{490}-5\sqrt{10} = \sqrt{49.10}-5\sqrt{10} = 7\sqrt{10}-5\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$

6) $3\sqrt{5}+\sqrt{20}-4\sqrt{45} = 3\sqrt{5}+\sqrt{4.5}-4\sqrt{9.5} = 3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-4.3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-12\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$

7) $-16\sqrt{3}-(\sqrt{48}-\sqrt{125}) = -16\sqrt{3}-(\sqrt{3.16}-\sqrt{5.25}) = -16\sqrt{3}-(4\sqrt{3}-5\sqrt{5}) = -16\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{5} =$
$-20\sqrt{3}+5\sqrt{5}$

8) $2\sqrt{27}+\sqrt{48} = 2\sqrt{9.3}+\sqrt{3.16} = 2.3\sqrt{3}+4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}+4\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

9) $\sqrt{45}+3\sqrt{20} = \sqrt{9.5}+3\sqrt{4.5} = 3\sqrt{5}+3.2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}+6\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$

10) $\sqrt{27}\,.\,\sqrt{48} = \sqrt{3.9}\,.\,\sqrt{3.16} = 3\sqrt{3}\,.\,4\sqrt{3} = 12\sqrt{3.3} = 12\sqrt{9} = 12\,.\,3 = 36$
$\longrightarrow$ zonder rekenmachine eenvoudiger dan $\sqrt{27.48}$

11) $15\sqrt{3}-3\sqrt{12} = 15\sqrt{3}-3\sqrt{3.4} = 15\sqrt{3}-3.2\sqrt{3} = 15\sqrt{3}-6\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

12) $\sqrt{125}+3\sqrt{5} = \sqrt{5.25}+3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}+3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

13) $\sqrt{75}+\sqrt{7}\,.\,\sqrt{21} = \sqrt{3.25}+\sqrt{7.21} = 5\sqrt{3}+\sqrt{7.7.3} = 5\sqrt{3}+\sqrt{49.3} = 5\sqrt{3}+7\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

14) $(\sqrt{40}-\sqrt{10})\,.\,\sqrt{2} = \sqrt{40.2}-\sqrt{10.2} = \sqrt{80}-\sqrt{20} = \sqrt{5.16}-\sqrt{4.5} = 4\sqrt{5}-2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

15) $\sqrt{a}+\sqrt{49a} = \sqrt{a}+7\sqrt{a} = 8\sqrt{a}$

16) $10\sqrt{4a^5}+3a^2\sqrt{a}+3a\sqrt{16a^3} = 10\sqrt{4.a^4\,.\,a}+3a^2\sqrt{a}+3a\sqrt{16a^2\,.\,a} = 10.2a^2\sqrt{a}+3a^2\sqrt{a}+3a.4a\sqrt{a} =$

$20a^2+3a^2\sqrt{a}+12a^2\sqrt{a} = 35a^2\sqrt{a}$

17) $\sqrt{4a^2}+\sqrt{2a}\,.\,\sqrt{18a} = 2a+\sqrt{2a.18a} = 2a+\sqrt{36a^2} = 2a+6a = 8a$

18) $13\sqrt{a}-2\sqrt{9a} = \text{١٣}\sqrt{a}-\text{٢.٣}\sqrt{a} = 13\sqrt{a}-6\sqrt{a} = \text{٧}\sqrt{a}$

19) $\text{٣}a\sqrt{a}+\sqrt{\text{٢٥}a^{\text{٣}}} = 3a\sqrt{a}+5\sqrt{a^2\,.\,a} = 3a\sqrt{a}+5a\sqrt{a} = 8a\sqrt{a}$

20) $\sqrt{81a^3}-2a\sqrt{a} = 9\sqrt{a^2\,.\,a}-2a\sqrt{a} = 9a\sqrt{a}-2a\sqrt{a} = \text{٧}a\sqrt{a}$

21) $\sqrt{\text{٦}a}\,.\,\sqrt{\text{١٥}a^{\text{٣}}}\,.\,\sqrt{\text{١٠}a} = \sqrt{\text{٩٠٠}\,a^{\text{٥}}} = \sqrt{9.100.a^4\,.\,a} = \text{٣.١٠}a^{\text{٢}}\sqrt{a} = 30a^2\sqrt{a}$

Reeks 3: maak de noemer wortelvrij

1)

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{٣ \,.\, \sqrt{٥}}{\sqrt{٥} \,.\, \sqrt{٥}} = \frac{٣\,\sqrt{٥}}{٥}$$

2)

$$\frac{4\,\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{٤\,\sqrt{٥} \,.\, \mathrm{sqrt}٧}{\sqrt{٧} \,.\, \sqrt{٧}} = ٤\,\frac{\sqrt{٣٥}}{٧}$$

3)

$$\frac{٧\,\sqrt{٢}}{٤\,\sqrt{٣}} = \frac{٧\,\sqrt{٢} \,.\, \sqrt{٣}}{٤\,\sqrt{٣} \,.\, \sqrt{٣}} = \frac{٧\,\sqrt{٦}}{١٢}$$

4)

$$\frac{٦+٥\,\sqrt{٢١}}{\sqrt{٣}} = \frac{(٦+٥\,\sqrt{٢١}) \,.\, \sqrt{٣}}{\sqrt{٣} \,.\, \sqrt{٣}} = \frac{٦\,\sqrt{٣}+٥\,\sqrt{٦٣}}{٣} = \frac{٦\,\sqrt{٣}+١٥\,\sqrt{٧}}{٣} = ٢\,\sqrt{٣}+٥\,\sqrt{٧}$$

5)

$$\frac{3\,\sqrt{8}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{(3\,\sqrt{8}-\sqrt{5}) \,.\, \sqrt{2}}{\sqrt{2} \,.\, \sqrt{2}} = \frac{3\,\sqrt{16}-\sqrt{10}}{2} = \frac{١٢-\sqrt{١٠}}{٢} = 6-\frac{\sqrt{10}}{2}$$

6)

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \,.\, \sqrt{a}}{\sqrt{a} \,.\, \sqrt{a}} = \frac{b\,\sqrt{a}}{a}$$

7)

$$\frac{b\,\sqrt{b}}{\sqrt{a^3}} = \frac{b\,\sqrt{b} \,.\, \sqrt{a^3}}{\sqrt{a^3} \,.\, \sqrt{a^3}} = \frac{ab\,\sqrt{ab}}{a^3} = \frac{b\,\sqrt{ab}}{a^{٢}}$$

8)

$$\frac{٣}{\sqrt{٧}-٢} = \frac{٣ \,.\, (\sqrt{٧}+٢)}{(\sqrt{٧}-٢) \,.\, (\sqrt{٧}+٢)} = \frac{٣\,\sqrt{٧}+٦}{(\sqrt{٧})^{٢}-٤} = \frac{٣\,\sqrt{٧}+٦}{٧}-٤ = \frac{٣\,\sqrt{٧}+٦}{٣} = \sqrt{7}+2$$

9)

$$\frac{8}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{8 \,.\, (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \,.\, (\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{8\,\sqrt{5}-8\,\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{8\,\sqrt{5}-8\,\sqrt{3}}{5-3} = \frac{8\,\sqrt{5}-8\,\sqrt{3}}{2} = 4\,\sqrt{5}-4\,\sqrt{3}$$

10)

$$\frac{4\,\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{4\,\sqrt{2} \,.\, (\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \,.\, (\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{4\,\sqrt{10}-4\,\sqrt{4}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{4\,\sqrt{10}-4.2}{5-2} = \frac{4\,\sqrt{10}-8}{3}$$

11)

$$\frac{3\,\sqrt{2}-2\,\sqrt{3}}{\sqrt{11}+3} = \frac{(3\,\sqrt{2}-2\,\sqrt{3}) \,.\, (\sqrt{11}-3)}{(\sqrt{11}+3) \,.\, (\sqrt{11}-3)} = \frac{3\,\sqrt{22}-2\,\sqrt{33}-9\,\sqrt{2}+6\,\sqrt{3}}{(\sqrt{11})^2-9} = \frac{3\,\sqrt{22}-2\,\sqrt{33}-9\,\sqrt{2}+6\,\sqrt{3}}{2}$$

12)

$$\frac{5\,\sqrt{2}+2\,\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{(5\,\sqrt{2}+2\,\sqrt{5}) \,.\, (\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \,.\, (\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{5\,\sqrt{10}+2\,\sqrt{25}-5\,\sqrt{4}-2\,\sqrt{10}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3\,\sqrt{10}+10-10}{5-2} = \frac{3\,\sqrt{10}}{3} = \sqrt{10}$$