Hausaufgaben:

5 a) Erfüllt die Abbildungsvorschrift. Ist bijektiv, da alle Elemente aus A ein-eindeutig zugeordnet werden und jedes Element aus B zugeordnet wurde. OK

b) Erfüllt die Abbildungsvorschrift nicht, da $1975 \notin B$. OK
Ist injektiv, aber nicht surjektiv. Kann nicht injektiv sein, da keine Abbildung

c) Erfüllt die Abbildungsvorschrift. Ist weder injektiv noch surjektiv, da der Wert 1978 zweimal und der Wert 1976 keinmal abgebildet wird. OK

6) $f(p+q) = (p+q)' = p' + q' = f(p) + f(q)$ ✓

$\lambda f(p) = \lambda p' = (\lambda p)' = f(\lambda p)$ ✓

→ Damit eine lin. Abbildung. OK

Das Bild ist die Menge der Polynome mit dem Grad $< n$ OK
(oder für ein allgemeines n die Menge aller Polynome)
Der Kern besteht aus allen Polynomen vom Grad ≤ 1. Nur Polynome mit Grad < 1

Die Abbildung ist nicht injektiv, da z.B. $f: x^2+1$ und $g: x^2$ beide den Wert $2x$ ergeben. OK
Die Abbildung ist surjektiv, da sich zu jedem Polynom eine Stammfunktion finden lässt. OK

7) $f: \mathbb{R}^2 \ni \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x_1^2 \\ \frac{1}{2} x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

$A = [-1;1] \times [0;10]$

$f(1,1) = \begin{pmatrix} 1^2 \\ \frac{1}{2} \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ OK

$f^{-1}(1,1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, denn $f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

und $(-1,2)^T$

$f(A) = [0;1] \times [0;5]$ OK

$f^{-1}(A) = [-1;1] \times [0;20]$ OK