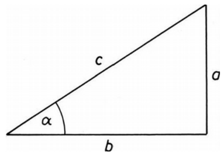
Bevezetés:

- **Kötelező bejárni.**
- **Táplálkozni & telefont használni tilos.**
- **Minden óra kisdolgozattal fog kezdődni, 15 perc, két feladat.**
- **Gyakorlati jegy.**
- **Jótanácsok: Jegyzetelés. Feladat szövege. Szöveges válasz. Kétszer aláhúzni. Otthoni készülés.**
- **Nem ígérem, hogy könnyű lesz. Egy hajóban evezünk, és nem hagyunk hátra senkit sem.**

Elmélet:

- **Alap szögfüggvények:**

	$\frac{a}{c}=\sin\alpha$ $\frac{b}{c}=\cos\alpha$ $\frac{a}{b}=tg\,\alpha$ $\frac{b}{a}=ctg\,\alpha$

- **Koordináta rendszer: tengelyek és origo. Dimenzió**
- **Vektor: irányított szakasz ↔ egyenes: csak hosszúság**
  - **betűvel jelöljük + felső nyilacska v. aláhúzás (v. félkövéren szedett betű)**
  - $\vec{a}=\overline{AB}$
  - **tengelyekre vett vetületei, komponensek (egységek): x-tengely → i; y-tengely → j; z-tengely → k**
  - $\vec{a}=x\cdot\underline{i}+y\cdot\underline{j}+z\cdot\underline{k}$
  - **vektor hossza:** $|a|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
- **Műveletek:**
  - **Összeg-eltolás** $\underline{a}+\underline{b}=x_1\underline{i}+y_1\underline{j}+z_1\underline{k}+x_2\underline{i}+y_2\underline{j}+z_2\underline{k}=(x_1+x_2)\underline{i}+(y_1+y_2)\underline{j}+(z_1+z_2)\underline{k}$
  - **Különbség** $\underline{a}-\underline{b}=x_1\underline{i}+y_1\underline{j}+z_1\underline{k}-x_2\underline{i}-y_2\underline{j}-z_2\underline{k}=(x_1-x_2)\underline{i}+(y_1-y_2)\underline{j}+(z_1-z_2)\underline{k}$
  - **Konstans szorzás** $C\cdot\underline{a}=C\,x\,\underline{i}+C\,y\,\underline{j}+C\,z\,\underline{k}$
  - **Két vektor skaláris szorzatán a két vektor abszolút értékének és hajlásszögük koszinuszának szorzatát értjük.** $a\cdot b=|a||b|\cos\varphi$

    $a\cdot b=(x_1\underline{i}+y_1\underline{j})(x_2\underline{i}+y_2\underline{j})$ **[2D → HF: 3D]**

    $a\cdot b=x_1x_2i^2+x_1y_2ij+x_2y_1ij+y_1y_2j^2$

    mivel: $i^2=1;\ j^2=1;ij=0$

    $a\cdot b=x_1x_2+y_1y_2$
  - **Két, egymással szöget bezáró a és b vektor vektoriális szorzatának nevezzük azt a vektort, amelynek abszolút értéke** $|a||b|\sin\varphi$ **és iránya merőleges az a és a b vektorokra úgy, hogy a vektoriális szorzat vektorával szembenézve az a vektort 180°-nál kisebb pozitív irányú forgással vihetjük át a b vektorral egyező irányba.** $a\times b$

    $x_3=y_1z_2-z_1y_2$

    $y_3=z_1x_2-x_1z_2$ **, vagy**

    $z_3=x_1y_2-y_1x_2$

    d

eterminánsból $a \times b = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$

- ○ **Hajlásszög:** $\cos\varphi = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$

- **Nullvektor: hossza nulla, iránya tetszőleges, jelölése: Ø**
- **Helyvektor: Ha rögzítünk egy O pontot, akkor bármely P pont meghatározható egy olyan v vektorral amelynek kezdőpontja O és végpontja P. Ezt nevezzük helyvektornak.**
- **E**
l
mozdulás vektor: két helyvektor különbsége
- **Pálya vs út vs**
e
l
mozdulás!
- **Fizikai mennyiségek: ez nem csak matematika → érték + mértékegység. Dimenzionálisan meg kell egyezniük. Öt GB és öt libamáj nem adható össze,**
d
e két tyúklépés és három köpésnyi igen.
- **Hogyan oldunk meg fizikai feladatot.**

Feladatok:

1. Adja meg két vektor skaláris szorzatát a vektorok koordinátáinak segítségével.	
OK	
2. Adja meg két vektor vektoriális szorzatát a vektorok koordinátáinak segítségével.	
OK	
3. Adva van három vektor $\underline{a}=3\underline{i}+2\underline{j}-\underline{k}$, $\underline{b}=2\underline{i}-\underline{j}+\underline{k}$, $\underline{c}=\underline{i}+3\underline{j}$. Határozzuk meg a következő mennyiségek értékét:	
a) $\underline{a}+\underline{b}=(3+2)\underline{i}+(2-1)\underline{j}+(-1+1)\underline{k}=5\underline{i}+\underline{j}$ b) $\underline{a}-\underline{b}=(3-2)\underline{i}+(2+1)\underline{j}+(-1-1)\underline{k}=\underline{i}+3\underline{j}-2\underline{k}$ c) $\underline{a}_x=3\underline{i}$ d) $\underline{a}\,\underline{i}=3$ e) $\underline{a}\,\underline{b}=3\cdot 2+2\cdot(-1)+(-1)\cdot 1=6-2-1=5$ f) $(\underline{a}\,\underline{c})\underline{b}-(\underline{a}\,\underline{b})\underline{c}=(6+9+0)\underline{b}-7\underline{c}=9\underline{b}-7\underline{c}=(18-7)\underline{i}+(9-21)\underline{j}+9\underline{k}=11\underline{i}-12\underline{j}+9\underline{k}$ g) $\underline{a}\times\underline{b}=(2-1)\underline{i}+(-2-3)\underline{j}+(-3-4)\underline{k}=-\underline{i}-5\underline{j}-7\underline{k}$ h) $\underline{a}\times\underline{k}=2\underline{i}-3\underline{j}$	
4. Az alábbi egyenletek közül melyek nem lehetnek helyesek dimenzionális ellentmondások miatt? Vajon a többiek szükségképpen helyesek?	
a) $s=v_0 t-3at^2$ $[m]=[\frac{m}{s}\cdot s]+[\frac{m}{s^2}s^2]=[m^2]$ b) $s+\frac{1}{2}at^2=vt$ $[m]+[\frac{m}{s^2}s^2]=[\frac{m}{s}s]$ c) $v=v_0^2+\frac{1}{2}as^2$ $[\frac{m}{s}]=[\frac{m^2}{s^2}]+[\frac{m}{s^2}m^2]$ d) $at^2+\frac{v}{t}=\frac{2s^2}{t^3}$ $[\frac{m}{s^2}s^2]+[\frac{m}{s^2}]=[\frac{m^2}{s^3}]$	
5. Egy autó 5 km-t halad keleti, majd 8 km-t északi, utána 2 km-t nyugati, végül 12 km-t déli irányba. Határozzuk meg az elmozdulásvektort grafikusan és algebrai úton is! Mekkora az elmozdulás nagysága? Mennyit mozdult el az autó északi és keleti irányban? Az elmozdulásvektor mekkora szöget zár be a keleti iránnyal?	
a) $5\underline{i}+8\underline{j}-2\underline{i}-12\underline{j}=3\underline{i}-4\underline{j}$ <Rajz> b) $\sqrt{3^2+4^2}=5$ c) -4 éjszak, 3 kelet d) $\sin\varphi=4/5\,;\varphi=53{,}1301$	
6. Egy homogén gömb középpontjában ható erők értékei 10 N, 20 N, 30 N, 40 N, 50 N, 60 N. Az erők egy síkban vannak és egymással 60°-os szöget zárnak be a fenti sorrendben, az óramutató járásával ellenkező irányban haladva. A legkisebb erő az x-tengely irányba mutat. Mekkora és milyen irányú a testre ható eredő erő?	
$\vec{F}=10\underline{i}+(20\cos 60°\underline{i}+20\sin 60°\underline{j})+(30\cos 120°\underline{i}+30\sin 120°\underline{j})$ $+(-40\underline{i})+(50\cos 240°\underline{i}+50\sin 240°\underline{j})+(60\cos 300°\underline{i}+60\sin 300°\underline{j})='$ $(10+10-15-40-25+30)\underline{i}+(0+17{,}32+25{,}98+0-43{,}30-51{,}96)\underline{j}=-30\underline{i}-51{,}96\underline{j}$ $\lvert\vec{F}\rvert=60\,N$	
7. Mutassa meg, hogy a $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert^2}\cdot\vec{a}-\vec{b}$ vektor merőleges az $\vec{a}$ vektorra!	

$(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert^2}\cdot\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{a}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert^2}\cdot\lvert\vec{a}\rvert^2-\vec{b}\cdot\vec{a}=\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{a}=0$	

Lezárás: