

Фиг 1: Пространствен изглед на кошче за отпадъци
(pasted by Ctrl+V)

Задача

1. Да се намери обемът на кошчето, в литри

$$V = ?$$

2. Да се намери външната площ на кошчето

$$S = ?$$

Известните данни за кошчето са:

1. Формата му е пресечен конус, показан на Фиг. 1.

2. Обиколката му по горния ръб (периметър **P**) е:

$$P = 83 \text{ см}$$

3. Обиколката му по долния ръб (периметър **p**) е:

$$p = 55 \text{ см}$$

4. Височина та му **H** е:

$$H = 28 \text{ см}$$

Фиг 2: Аналитичен чертеж на кошчето за отпадъци
(pasted as Draw 8)

1. Определяне на радиусите на отвора (**R**) и на дъното (**r**):

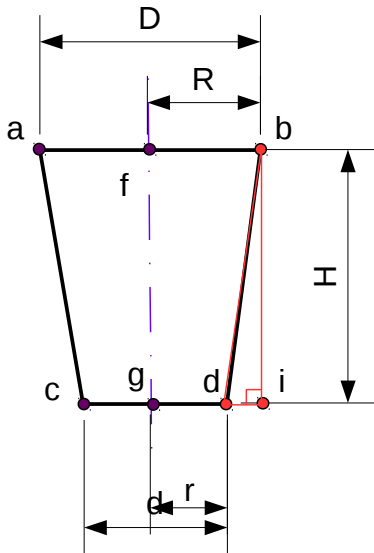
Според формулата за периметъра, той е равен на $2\pi R$.

Тоест, съгласно Фиг. 2, за **R** имаме:

$$83 = 2\pi R \Rightarrow R = 83/2\pi = 83/(2 \cdot 3,1415926535897932) = 13,20 \text{ см}$$

За **r** имаме:

$$55 = 2\pi r \Rightarrow r = 55/2\pi = 55/(2 \cdot 3,1415926535897932) = 8,75 \text{ см}$$



Фиг 3: Same picture as in Фиг 2, but pasted as Picture Format

2. Определяне образуващата (стената) на кошчето (db)



(виж Фиг. 3) Ако се спусне перпендикуляр от горния ръб на кошчето към земята, се образува правоъгълния триъгълник $\triangle bid$.

В него страната $d = H$, $b = R - r$, а за страната i имаме

$$i^2 = b^2 + d^2$$

Тоест $bi = i = \sqrt{b^2 + d^2}$

Фиг 4: $\triangle bid$

GDI meta file)

$$i = \sqrt{(R-r)^2 + H^2} = \sqrt{(13,20-8,75)^2 + H^2} = \sqrt{4,45^2 + 28^2} = 28,35 \text{ cm}$$

3. Определяне на $\angle d$ от триъгълника $\triangle bid$, който ще ни трябва нататък

За съотношението на ъглите около правия ъгъл в триъгълника е пропорционално на съотношението на срещуположните им страни. Следователно $\angle d / \angle b = bi / di$

Сборът на вътрешните ъгли в триъгълника винаги е 180° .

$$\text{Следователно } \angle d + \angle b = 90^\circ \Rightarrow \angle d / \angle b = 28 / 4,45 = 6,29 \Rightarrow 6,29 * \angle b = \angle d$$

Заместваме така получения $\angle d$ в $\angle d + \angle b = 90^\circ$ и получаваме $(6,29 * a) + b = 90^\circ$

Решаваме това уравнение относно b (което отговаря на $\angle b$) и получаваме

$$(6,29 + 1) * b = 90 \Rightarrow \angle b \ 90/(6,29+1) = 12,34567 \approx 12,346^\circ$$

$$\Rightarrow \angle d = 90 - 12,346 = 77,654^\circ$$

4. Сега трябва да намерим дължината на $be = bd + de$ и общата височина на целия конус, която е $fe = H + h$, както е посочено в чертежа на Фиг. 4.

За целта ще разгледаме Δcde . Този триъгълник е равнобедрен а ъглите му $\angle c$ и $\angle d$ са равни на $77,654^\circ$, като кръстни на намерения в предишната точка ъгъл от триъгълника, образуван от височината, спусната от точка b .

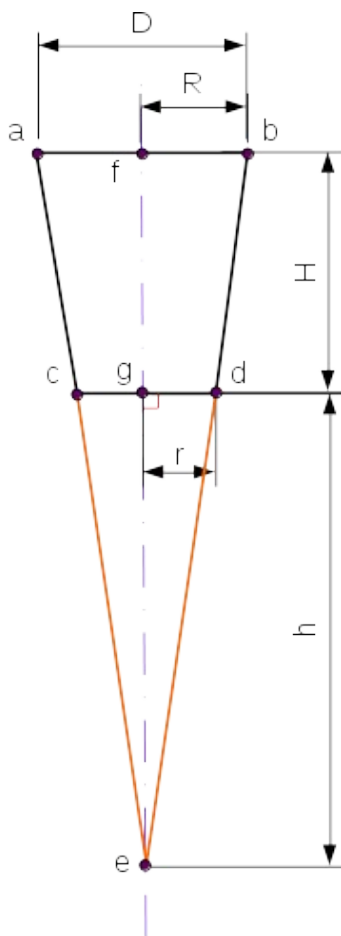
Сумата на ъглите в триъгълника винаги е 180° следователно,

$$\angle e = 180^\circ - (2 * 77,654^\circ) = 24,692^\circ$$

Сега трябва да решим правоъгълния триъгълник Δdge .

Целта е да намерим дължините на отсечките ge и de , които са ни необходими, за да изчислим обема и повърхността на добавения конус, пълния конус и от разликите им да получим повърхността и обема на пресечения конус.

Понеже Δcde е равнобедрен и $\angle c$ и $\angle d$ са равни на $77,654^\circ$, следва, че fe е ъглополовяща на $\angle ced$.



Тоест, $\angle ged = 24,692^\circ / 2 = 12,346^\circ$ Така получаваме трите ъгли на Δcde и разполагаме с дължината на $gd = r = 8,75$ см.

$$\angle ged / \angle dge = gd / de \Rightarrow 12,346^\circ / 90^\circ = 8,75 / de$$

Така се получава уравнението $0,13717 * de = 8,75 \Rightarrow de = 8,75 / 0,13717 = 63,7894$ см

Аналогично, $\angle gde / \angle dge = ge / de \Rightarrow 77,654^\circ / 90^\circ = ge / 63,7894$

$$\Rightarrow 0,8628 * 63,7894 = ge$$

$$\Rightarrow ge = 55,03749$$
 см

Тоест $h = 55,03749$ см

Общата височина на пълния конус $fe = H + h = 28 + 55,03749 = 83,0375$ см

Образуващата линия на конуса $be = bd + de = 28,35 + 63,7894 = 92,1394$ см

Фиг 5: Аналитичен чертеж на пресечения конус, допълнен (в червено) до пълен конус
(pasted as raster image)

5. Сега трябва да намерим обема на кошчето.

За целта ще изчислим обема на пълния конус, образуван от правата be и обема на добавения конус, образуван от правата de . После от общия обем на пълния конус ще извадим обема на добавения конус. Така се получава обемът на кошчето.