# Спрос на наличные деньги в условиях инфляционной экономики

**В. А. Попов, В. П. Семёнов**

Задача исследования необходимой суммы наличных денег без учёта инфляции аналогична известной задаче о вычислении издержек хранения. Индивид, посещая банк $m$ раз, всегда снимает одну и ту же сумму денег равную $\frac{Y_2}{m}$, где $Y_2$ — сумма денег на депозите.

Как показано на рис. 1, сумма денег на руках меняется в пределах от $\frac{Y_2}{m}$ до нуля и её среднее значение за период равно $\frac{Y_2}{2m}$.

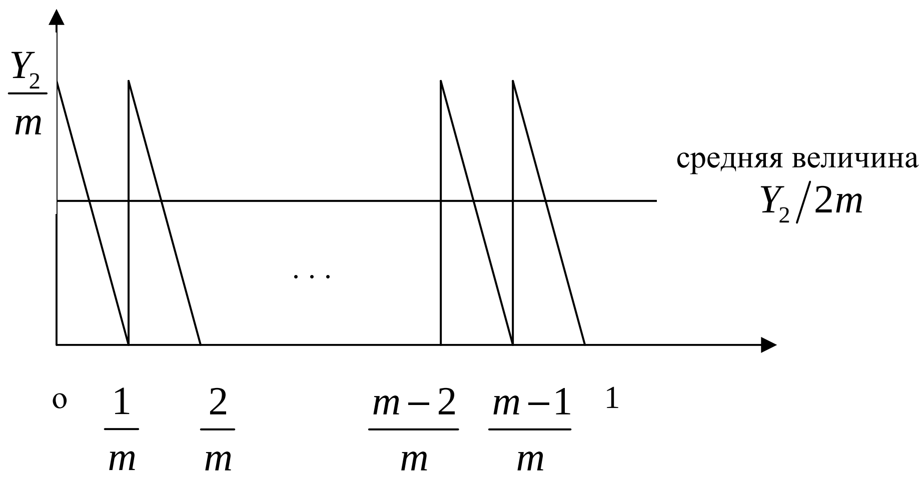


Рис. 1. Денежные средства на руках у индивидуума при $m$ - кратном посещении банка. Деньги снимаются со счёта равными долями.

Потери от недополученных процентов составляют величину $\frac{Y}{2m}$. Если стоимостной эквивалент затрат на каждое снятие со счёта оценивается как величина $F$, то всех затрат на снятие денег со счёта равна $F \cdot m$. Совокупные издержки $J_2$ складываются из недополученных процентов и издержек, связанных со снятием денег со счёта, т.е.

$$J_2 = \frac{iY_2}{2m} + Fm$$

Приравняв производную $\frac{dJ_2}{dm} = -\frac{iY_2}{2m} + F$ к нулю, найдём оптимальное значение $m_0$ числа снятия денег со счёта и оптимальное среднее значение наличности $\frac{Y}{2m_0}$.

$$m_0 = \sqrt{\frac{iY_2}{2F}}, \qquad \frac{Y}{2m_0} = \sqrt{\frac{Y_2 F}{2i}}.$$

Это ключевые формулы модели управления денежной наличностью ─ модели Боумеля-Тобина [1], [2]. Модель можно трактовать в качестве модели спроса на деньги, так как она рассматривает факторы формирования запаса наличных денежных средств.

При наличии инфляции и её полной индексации реальная процентная ставка $r = \frac{i-h}{i+h} = 0$, т.е. банковская процентная ставка $i$ равна ставке инфляции $h$. Формулы Боумеля-Тобина примут вид $m_0 = \sqrt{\frac{hY_2}{2F}}$, $\frac{Y}{2m_0} = \sqrt{\frac{Y_2 F}{2h}}$. Эти формулы определяют оптимальный спрос на наличные деньги в условиях инфляционной экономики.

Пусть. к примеру, $Y_2 = 480$ (тыс. руб.), $F = 0,2$. Тогда при $h = 0,1$ (10% годовых) оптимальное число снятия денег со счёта $m_0 \approx 11$, а оптимальный спрос на наличные деньги $\frac{Y}{2m_0} \approx 21,91$ (тыс.руб.). При $h = 0,5$ (50% годовых) $m_0 \approx 24$, $\frac{Y}{2m_0} \approx 9,8$ (тыс. руб.).

Теперь рассмотрим более прагматичный подход, при котором индивид ставит задачу на протяжении любого периода компенсировать инфляционный рост цен, т.е. изымаемые суммы должны возрастать с учётом индексации инфляционных потерь. Сумму денег $Y_1$, которые при этом должны находиться на депозите. легко рассчитать.

$$Y_1 = \frac{N_0}{m} + \frac{N_0}{m}\left(1+\frac{H}{m}\right) + \frac{N_0}{m}\left(1+\frac{H}{m}\right)^2 + \ldots + \frac{N_0}{m}\left(1+\frac{H}{m}\right)^2 =$$

$$= \frac{N_0\left(\left(1+\frac{H}{m}\right)^m - 1\right)}{H}.$$

Здесь $H$ — номинальная ставка инфляции, $h$ — эффективная ставка инфляции, $N_0$ — начальный уровень цен. Величины $H$ и $h$ связаны соотношениями $H = m\left(\sqrt[m]{1+h}-1\right)$, $h = \left(1+\frac{H}{m}\right)^m - 1$. Из последнего соотношения следует. что

$$Y_1 = N_0 \cdot \frac{h}{H}.$$

Средняя сумма денег на руках составит величину $S = \frac{Y_1}{2m}$. Потери от недополученных процентов составят величину (в предположении, что банковская процентная ставка равна ставке инфляции)

$$S - \frac{S}{\left(1+\frac{H}{h}\right)^m} = \frac{Y}{2m}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{H}{h}\right)^m}\right).$$

Прибавляя к этой величине издержки, связанные с посещением банка, получаем формулу для вычисления совокупных издержек $J_1$.

$$J_1 = \frac{Y_1}{2m}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{H}{h}\right)^m}\right) + Fm.$$

Отсюда

$$\frac{dJ_1}{dm} = \frac{Y_1}{2}\left(\frac{-\left(1+\frac{H}{m}\right)^{m+1} + \left(1+\frac{H}{m}\right) + m\left(1+\frac{H}{m}\right)\ln\left(1+\frac{H}{m}\right) - H}{m^2\left(1+\frac{H}{m}\right)^{m+1}}\right) + F.$$

Как правило. $\frac{H}{m} \ll 1$. (Это условие выполняется всегда, кроме случая катастрофической гиперинфляции. когда экономика находится в состоянии близком к коллапсу). Отсюда сдуют приближённые равенства:

$$\left(1+\frac{H}{m}\right)^{m+1} \approx \left(1+\frac{H}{m}\right)^m,\ \left(1+\frac{H}{m}\right) \approx 1,\ m\left(1+\frac{H}{m}\right)\ln\left(1+\frac{H}{m}\right) \approx 0,\ (1-H) \approx 1.$$

Подставляя в производную $\frac{dJ_1}{dm}$, получим приближённое равенство

$\dfrac{dJ_1}{dm} \approx \dfrac{Y_1}{2}\left(\dfrac{-\left(1+\dfrac{H}{m}\right)^m+1}{m^2\left(1+\dfrac{H}{m}\right)^m}\right)+F$. Решая уравнение $\dfrac{dJ_1}{dm}=0$, получим

$m^2=\dfrac{Y_1}{2}\left(\dfrac{-\left(1+\dfrac{H}{m}\right)^m+1}{m^2\left(1+\dfrac{H}{m}\right)^m}\right)$. Принимая во внимание, что при достаточно больших $m$, $\left(1+\dfrac{H}{m}\right)^m \approx e^H$. имеем $m^2 \approx \dfrac{Y_1}{2}\cdot\dfrac{e^H-1}{e^H}$.

При $H \ll 1$ $e^H \approx 1+H$. Тогда $m^2 \approx \dfrac{Y_1}{2F}\cdot\dfrac{H}{1+H} \approx \dfrac{Y_1\cdot H}{2F}$. Откуда оптимальное значение $m$ и оптимальная сумма наличных денег равны соответственно

$$\hat{m}_0=\sqrt{\frac{Y_1 H}{2F}} \quad \text{и} \quad \frac{Y_1}{2\hat{m}_0}=\sqrt{\frac{Y_1\cdot F}{2H}}.$$

Легко доказать, что значение $\hat{m}_0$ соответствует именно минимуму функции $J_1$. В самом деле, первый член ( недополученные проценты)

$f_1(m)=\dfrac{Y_1}{2m}\left(1-\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{H}{m}\right)^m}\right)$ – есть монотонно убывающая функция, которая стремится к нулю при $m\to\infty$. Второй член (издержки от посещений банка) $f_2(m)=Fm$ является возрастающей линейной функцией. Поэтому функция $J_1=f_1+f_2$ обязана достигать минимума, причём единственного. Сказанное иллюстрирует рис. 3.

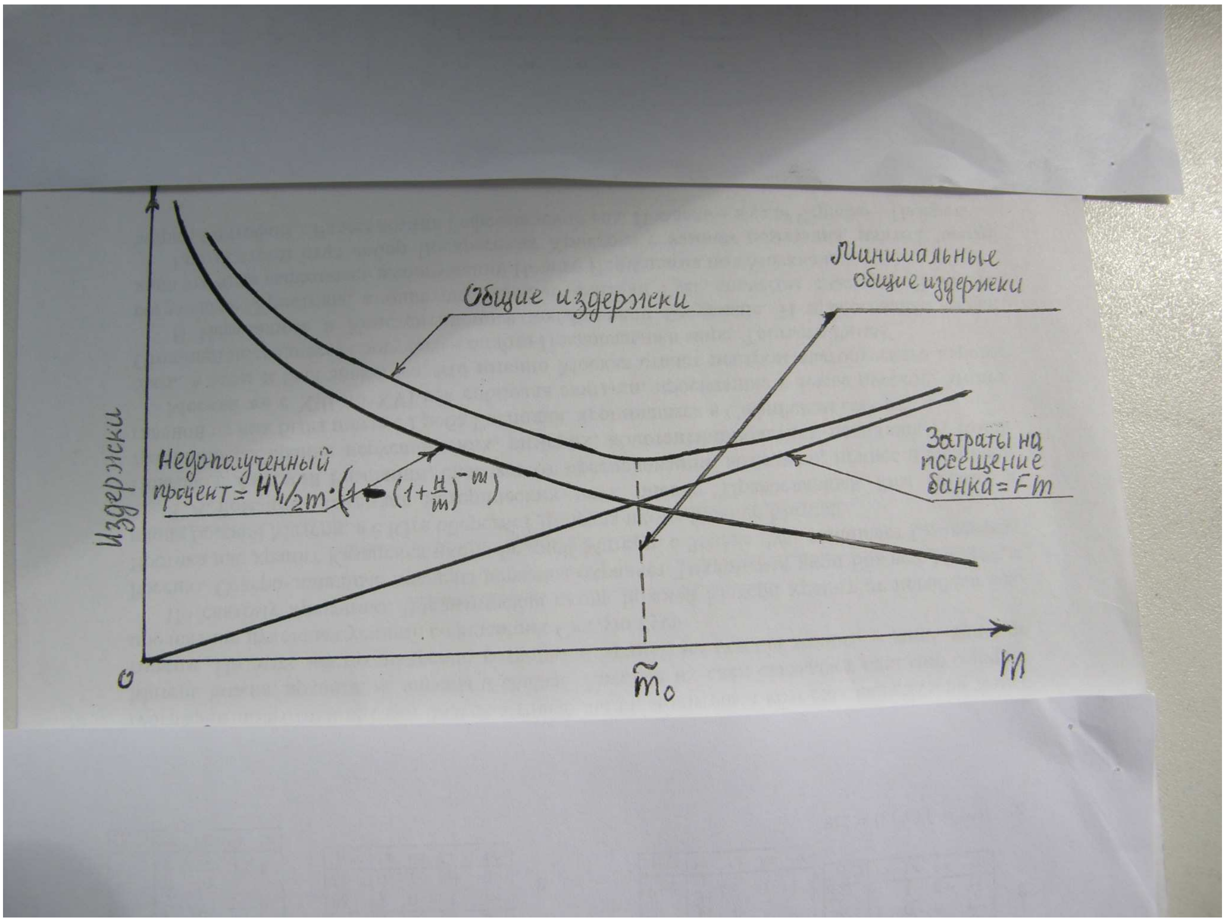


Рис.3 Издержки хранения наличных денег.

Сделаем некоторые выводы.

1. При $Y_1 = Y_2 = Y$ разница $\frac{Y}{2\tilde{m}_0} - \frac{Y}{2m_0} = \sqrt{\frac{YF}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{H}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right) > 0$. т.е. сумма наличности у индивидуума. учитывающего инфляцию. больше, чем у обывателя, снимающего деньги равными долями.

Это означает, что количество наличных денег на руках у населения окажется меньшим, если в начале года проиндексировать зарплаты на величину предполагаемой инфляции. по сравнению с ситуацией, когда зарплаты компенсируются малыми долями несколько раз в год. Эта разница практически неощутима при малой инфляции, т.к. в это случае $H \approx h$. и будет быстро увеличиваться при значительном инфляционном росте цен.

2. Рост стоимости ПК (потребительская корзина) для индивида, учитывающего инфляцию, определяется формулой

$$Y_1 = N_0 \frac{h}{H} = N_0 \left( 1 + \left( \frac{h}{H} - 1 \right) \right) = N_0 \left( 1 + X \right).$$

Назовём $X = \frac{h}{H} - 1$ ставкой РЗК (ставка инфляции по равномерно заполняемой потребительской корзине).

Для индивида, который готов оплатить ПК апостериори по ценам текущего периода, её стоимость подчиняется формуле $Y_2 = N_0 \left(1 + h\right)$. Именно так определяется инфляция, приводимая в сводках Роскомстата $h = \frac{Y_2 - N_0}{N_0} = ИПЦ - 1$ (ИПЦ – индекс потребительских цен).

Покажем, что $h > X$. Действительно,

$$h > \frac{h}{H} - 1 \Leftrightarrow \frac{h}{H} < h + 1 \Leftrightarrow h < \left(h+1\right) H \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h < \left(h+1\right) m \left( \sqrt[m]{1+h} - 1 \right) < \left(h+1\right) m \left( 1 + \frac{h}{m} - 1 \right) \Leftrightarrow h < \left(h+1\right) h \Leftrightarrow 1 < h + 1.$$

Другими словами. обыватель, который посещает магазин $m$ раз в год и покупает товары и услуги по текущим ценам, ощущает меньшую годовую инфляцию, чем публикуемая Роскомстатом. Поскольку концепция РЗК представляется более реалистичной (ведь при любой инфляции обыватель предпочтёт более или менее регулярно оплачивать товары и услуги, чем оплатить товары и услуги одновременно в конце периода), используемая Роскомстатом методика расчета ставки инфляции нуждается в уточнении. Вместо $h$ в сводках инфляции следует указывать ставку РЗК. т.е. величину $X = \frac{h}{H} - 1$ [3].

3. При росте инфляции количество денег на руках у населения снижается по закону $\frac{Y}{2m_0} = k \cdot \frac{1}{\sqrt{H}}$. где $k = \sqrt{\frac{Y_1 F}{2}}$.

Литература


1. Baumol W. The Transactions Demand for Cash: an Inventory Theoretic Approach // Quarterly Journal of Economics 66, November 1952.
2. Tobin J. The Interest Elasticity of Transactions Demand for Cash // Review of Economics and Statistics, August 1956.
3. В.А. Попов, В.П. Семёнов. Метод расчёта инфляции // Финансовый бизнес. №4.2009.