שיעורי בית בפיזיקה – תנועה שוות תאוצה

בדף זה פתרונות לשאלות 1-8

שאר השאלות נפתרו בכיתה

1. נתונים:

$$v_0 = 64.8\frac{km}{h} = 18\frac{m}{s}$$

$$v_t = 0\frac{m}{s}$$

$$t = 6\,s$$

$$a = ?$$

פתרון:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t-0} = \frac{0-18}{6-0} = -3\frac{m}{s^2}$$

2. נתונים:

$$v_0 = 0\frac{m}{s}$$

$$v = 216\frac{km}{h} = 60\frac{m}{s}$$

$$a = 4\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = ?$$

פתרון:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) = v_0^2 + 2a\Delta x$$

נבודד את Δx :

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

ונציב את הנתונים:

$$\Delta x = \frac{60^2 - 0^2}{2\cdot 4} = 450\,m$$

פתרון תנועה שוות תאוצה

3. נתונים:

$$v_0 = 72\frac{km}{h} = 20\frac{m}{s}$$

$$v = 0\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = 20m$$

$$a = ?$$

פתרון:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

נבודד את a :

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}$$

ונציב את הנתונים:

$$a = \frac{20^2 - 0^2}{2\cdot 20} = 10\frac{m}{s^2}$$

4. נתונים:

$$v_0 = 54\frac{km}{h} = 15\frac{m}{s}$$

$$a = 2\frac{m}{s^2}$$

$$t = 5s$$

א. מהי מהירות הרכבת לאחר ההאצה?

$$v = v_0 + at = 15 + 2\cdot 5 = 25\frac{m}{s}$$

מכיוון שהנהג סיפר לנו על המהירות בקמ"ש, יהיה מנומס מצידנו לנספר לו בחזרה מה תהיה מהירותו בסוף ההאצה באותן יחידות:

$$v = 25\cdot 3.6 \approx 53.6\frac{km}{h}$$

ב. נסמן (באופן שרירותי) את הנקודה בה הרכבת נמצאת ב- $t=0s$ כ- $x_0=0m$ ונמצא את מיקומה לאחר 5 שניות:

$$x = x_0 + v_0\cdot t + \frac{1}{2}a\cdot t^2 = 0 + 15\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 5^2 = 100m$$

וזהו גם המרחק אותו היא עברה (כמובן שיש גם דרכים אחרות לפתרון).

5. מהירותו ההתחלתית של גוף היא $30m/s$. הגוף מאט את תנועתו בקצב קבוע. ב-3 השניות הראשונות לתנועתו, הגוף עובר מרחק כפול מהמרחק שהוא עובר ב-3 השניות שאחריהן. מהי תאוצת הגוף? (רמז: כדאי לחשוב מה ידוע על המרחק שהגוף עבר ב-6 השניות הראשונות).

נתונים:

$$v_0 = 30\frac{m}{s}$$

$$\Delta x(0s \to 3s) = 2 \cdot \Delta x(3s \to 6s)$$

$$a = ?$$

פתרון:

נחלק את המשוואה הנתונה ב-2, ונקבל:

$$\frac{1}{2} \cdot \Delta x(0s \to 3s) = \Delta x(3s \to 6s)$$

ההעתק ב-6 השניות הראשונות הוא:

$$\Delta x(0s \to 6s) = \Delta x(0s \to 3s) + \Delta x(3s \to 6s)$$

נציב את השיוויון הקודם:

$$\Delta x(0s \to 6s) = \Delta x(0s \to 3s) + \frac{1}{2} \cdot \Delta x(0s \to 3s)$$

ולסיכום:

$$\Delta x(0s \to 6s) = \frac{3}{2} \cdot \Delta x(0s \to 3s)$$

ואם נחליט באופן שרירותי ש $x_0 = 0m$, אפשר לרשום פשוט:

$$x(6s) = \frac{3}{2} \cdot x(3s)$$

עכשיו נשתמש במשוואה:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

ונבטא בעזרתה את שני המיקומים הנ"ל:

$$x(3s) = 0 + 30 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3^2 = 90 + 4.5a$$

$$x(6s) = 0 + 30 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6^2 = 180 + 18a$$

נציב את שני הגדלים האלה במשוואה המקשרת ביניהם:

$$180 + 18a = \frac{3}{2}(90 + 4.5a)$$

פתרון תנועה שוות תאוצה

וזו משוואה עם נעלם אחד, אותו אנחנו מחפשים. הפתרון שלה הוא:

$$a=-4\frac{m}{s^2}$$

.6

א. נתונים:

$$v_{A0}=0\frac{m}{s}$$

$$a_A=?$$

$$v_{B0}=0\frac{m}{s}$$

$$a_B=2\cdot a_A$$

המיקום של מכונית A כפונקציה של הזמן:

$$x_A(t)=x_{A0}+v_{A0}\cdot t+\frac{1}{2}a_A\cdot t^2$$

נציב את הנתונים ונבודד את ההעתק:

$$\Delta x_A(t)=x_A(t)-x_{A0}=\frac{1}{2}a_A\cdot t^2$$

המיקום של מכונית B כפונקציה של הזמן:

$$x_B(t)=x_{B0}+v_{B0}\cdot t+\frac{1}{2}a_B\cdot t^2$$

גם כאן נציב את הנתונים ונבודד העתק:

$$\Delta x_B(t)=x_B(t)-x_{B0}=\frac{1}{2}a_B\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot 2a_A\cdot t^2$$

אבל השוואה בין שני הביטוי האחרונים מראה ש:

$$\Delta x_B(t)=2\cdot\Delta x_A(t)$$

מצד שני, שתי המכוניות נפגשות כאשר:

$$\Delta x_A(t)+\Delta x_B(t)=60m$$

אם נציב את השיוויון הקודם, נקבל:

פתרון תנועה שוות תאוצה

$$\Delta x_A(t)+2\cdot\Delta x_A(t)=60m$$

ולכן:

$$\Delta x_A(t)=20m$$

למעשה אין מספיק נתונים כדי לפתור את סעיפים ב' וג', אולם ניתן לפחות לחשב את היחס בין המהירויות של שתי המכוניות (בכל זמן במהלך התנועה):

$$v_A(t) = v_{A0}+a_A\cdot t = a_A\cdot t$$
$$v_B(t) = v_{B0}+a_B\cdot t = a_B\cdot t = 2\cdot a_A\cdot t$$

ומכאן אנו רואים ש:

$$v_B(t) = 2\cdot v_A(t)$$

.7

א. בפרק הזמן $t=0s$ עד $t=10s$ הגוף נע בתאוצה קבועה חיובית. בתחום זה המהירות חיובית, כלומר בכיוון זהה למהירות, לכן זו האצה.

בפרק הזמן $t=10s$ עד $t=20s$ הגוף נע במהירות קבועה חיובית $v=15\frac{m}{s}$

בפרק הזמן $t=20s$ עד $t=40s$ הגוף נע בתאוצה קבועה שלילית. בחלק הזמן הראשון המהירות חיובית כלומר הפוכה בכיוונה מהמהירות לכן זו האטה. בסוף החלק הראשון הגוף מגיע לעצירה רגעית, ובחלק השני המהירות שלילית, כלומר בכיוון זהה למהירות - לכן זו האצה.

בזמנים $t=40s$ עד $t=50s$ הגוף נע במהירות קבועה שלילית $v=-5\frac{m}{s}$

בפרק הזמן שבין t=50s ל- t=60s הגוף נע בתאוצה קבועה חיובית. בתחום זה המהירות שלילית, כלומר התאוצה הפוכה בכיוונה למהירות וזו האטה.

ב. מכיוון שבכל קטע התאוצה קבועה, נשתמש בנוסחה:

$$a = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$a(0s\rightarrow 10s) = \frac{15-0}{10-0} = 1.5\frac{m}{s^2}$$

$$a(10s\rightarrow 20s) = \frac{15-15}{20-10} = 0\frac{m}{s^2}$$

שימו לב: אמנם במהלך השלב הזה חל מעבר בין מהירות חיובית לשלילית, אולם אין צורך לחשב לחוד את התאוצה לפני ואחרי העצירה הרגעית, מכיוון ששיפוע הגרף לא השתנה.

פתרון תנועה שוות תאוצה

$$a(40s \to 50s) = \frac{-5-(-5)}{50-40} = 0\frac{m}{s^2}$$

$$a(50s \to 60s) = \frac{0-(-5)}{60-50} = 0.5\frac{m}{s^2}$$

ג. נחלק את פרק הזמן $t=20s \to 40s$ לחלק ראשון בו המהירות חיובית, ולחלק שני בו המהירות שלילית. בחלק הראשון של הקטע התאוצה שווה לתאוצה בכל הקטע, ואותה כבר חשיבנו קודם:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = a(20s \to 40s)$$

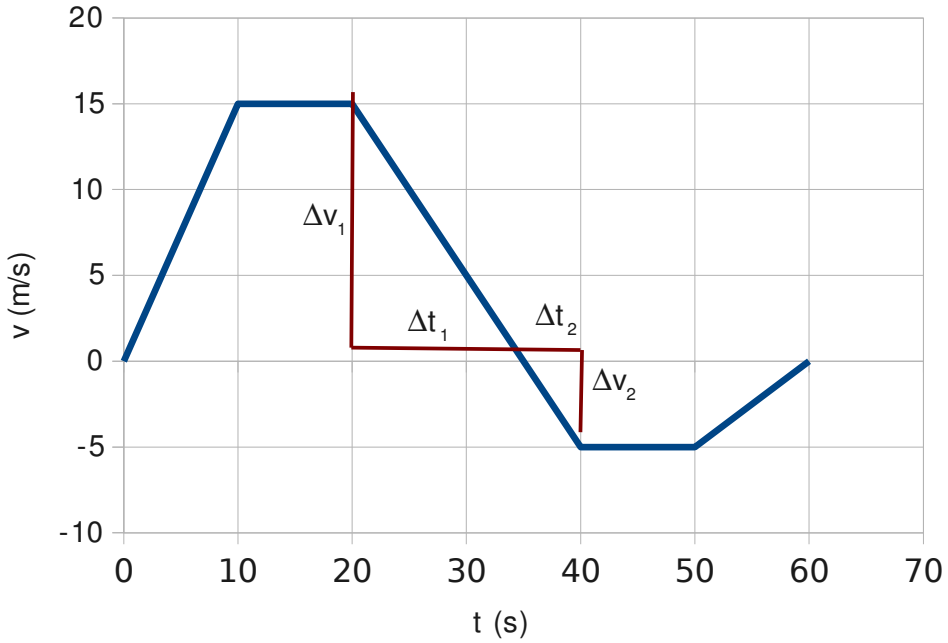
לכן:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta v_1}{a(20s \to 40s)} = -\frac{15}{-1} = 15\,s$$

זהו פרק הזמן של החלק הראשון בלבד, לכן ניתן למצוא מתי הוא מסתיים:

$$t = 20\,s + 15\,s = 35\,s$$

(אפשר למצוא את הפתרון גם מתוך שיקולים של דמיון שני המשולשים שנוצרים מהורדת אנכים מקצות הקטע אל ציר הזמן, ראו שרטוט)



גרף 1 - מהירות גוף כנגד הזמן

ד. נחשב את ההעתק בעזרת השטחים שבין גרף המהירות לציר הזמן. מדובר בשני טרפזים, כאשר גובהו (המהירות) של השני שלילי, ולכן גם את שטחו (ההעתק) יחושב כשלילי:

$$x(t=60\text{s}) = \frac{35+10}{2}\cdot 15 + \frac{25+10}{2}\cdot(-5) = 337.5-87.5 = 250\,m$$

ה. הדרך היא סכום הערכים המוחלטים של ההעתקים החלקיים:

$$337.5+87.5 = 425\,m$$

8.

א. מיקומו של הגוף ב $t=3\text{s}$ הוא:

$$x(t=3\text{s}) = 15+10\cdot 3+6\cdot 3^2 = 99\,m$$

מיקומו של הגוף ב $t=4\text{s}$ הוא:

$$x(t=4\text{s}) = 15+10\cdot 4+6\cdot 4^2 = 151\,m$$

לכן ההעתק המבוקש הוא:

$$\Delta x(3\text{s}\to 4\text{s}) = 151\text{m}-99\text{m} = 52\text{m}$$

מיקומו של הגוף ב $t=6\text{s}$ הוא:

$$x(t=6\text{s}) = 15+10\cdot 6+6\cdot 6^2 = 291\,m$$

מיקומו של הגוף ב $t=7\text{s}$ הוא:

$$x(t=7\text{s}) = 15+10\cdot 7+6\cdot 7^2 = 375\,m$$

לכן ההעתק המבוקש הוא:

$$\Delta x(6\text{s}\to 7\text{s}) = 375\text{m}-291\text{m} = 84\text{m}$$

ב. למשוואה $x=15+10\text{t}+6t^2$ יש תבנית דומה לנוסחה: $x = x_0+v_0\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2$

ולכן קל לזהות את הקבועים:

$$x_0 = 15\,m$$

$$v_0 = 10\,\frac{m}{s}$$

ג. גם את התאוצה קל לזהות מהמשוואה

$$\frac{1}{2}a=6\,\frac{m}{s^2}$$

$$a=12\,\frac{m}{s^2}$$

פתרון תנועה שוות תאוצה

ד. אפשר להשתמש בנוסחה למהירות עבור גוף הנע בתאוצה קבועה כדי חשב את המהירות בזמנים הנתונים, ומתוכם את ההפרשים. אולם קל יותר למצוא את התשובה אם שמים לב שעבור תאוצה קבועה:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta v = a \Delta t$$

בשני המקרים הנתונים בשאלה $\Delta t = 1s$ לכן בשניהם נקבל:

$$\Delta v = 12 \frac{m}{s^2} \cdot 1s = 12 \frac{m}{s}$$