云南省普通高校“专升本”招生考试
高等数学 机考模拟试题

高等数学（共 3 大题，30 小题 150 分）

第一大题、单项选择题（单选题，共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1、函数 $y=\dfrac{1}{x-3}+\sqrt{9-x^2}$ 的定义域是（ ）.

A、$x\geq -3$

B、$x\leq 3$

C、$-3\leq x<3$

D、$-3\leq x\leq 3$

2、设函数 $f(x)=\tan\tan 8x$，当 $x\to 0$ 时， $f(x)$ 是 x 的（ ）.

A、高阶无穷小

B、低阶无穷小

C、同阶不等价无穷小

D、等价无穷小

3、$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{-2x}=$（ ）.

A、e^{3}

B、e^{-3}

C、e^{9}

D、e^{-6}

4、已知 $f(x)$ 在 x_0 可导且 $f'(x_0)=2$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+2\Delta x)-f(x_0-3\Delta x)}{\Delta x}=$（ ）

A、-4

B、-2

C、2

D、10

5、在区间 $[-2,2]$ 上，下列函数中不满足拉格朗日中值定理的是（　　）。

A、$f(x)=x^2$

B、$f(x)=\dfrac{1}{x^2}$

C、$f(x)=x^2+1$

D、$f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$

6、设 e^{-x} 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int xf(x)dx=$（　　）.

A、$e^{-x}(1-x)+c$

B、$-e^{-x}(x+1)+c$

C、$e^{-x}(x-1)+c$

D、$e^{-x}(1+x)+c$

7、反常积分$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^p}dx$当（ ）时收敛

A、$p<1$

B、$p>1$

C、$p \geqslant 1$

D、$p \leqslant 1$

8、$f(x)=\int_0^x (2t-1)dt$的极小值是（ ）.

A、$\frac{1}{2}$

B、0

C、$\frac{1}{4}$

D、$-\frac{1}{4}$

9、极限 $\lim_{x \to 0} \frac{\int_0^x \sin t dt}{x^2} =$（　）.

A、$\frac{1}{2}$

B、1

C、0

D、-1

10、微分方程 $\frac{dy}{dx} = 4xy$ 的通解是（　　）.

A、$y = 2cx^2$

B、$y = ce^{2x^2}$

C、$y = ce^x$

D、$y = cx$

第二大题、判断题（判断题，共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1、求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{e^x-1}=3$ (

2、设函数 $y=x^2\ln x+e^{\sin x}$ ，则 $y'=2x\ln x+x+e^{\sin x}\cos x$ （ ）.

3、曲线 $y=\dfrac{x}{x-2}$ 具有两条渐近线（ ）.

4、已知曲线的参数方程 $\begin{cases}x=\ln(1+t^2)\\ y=t+arc\cot t\end{cases}$ ，则曲线在 $y''=\dfrac{1+t^2}{4t}$ （ ）.

5、若 $f(x)$ 连续，则 $y=\int_0^{x^2}f(t)dt$ ，则 $dy=2xf(x^2)dx$ （ ）.

6、若函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内二阶可导，且 $f'(x)>0, f''(x)<0$，则在 (a,b) 内函数是单调减，凹函数（ ）.

7、定积分 $\int_{-1}^{1}\dfrac{x^2\sin x}{1+x^2}dx=1$ （ ）.

8、设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\dfrac{1}{x}$ ，则 $f'(x)=\dfrac{2}{x^3}$ （ ）

9、由定积分的几何意义可求得定积分 $\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx=2\pi$ （ ）

微分方程 $y''=e^x$的通解为 $y=e^x+c_1x+c_2$（　　）.

10、

第三大题、填空题（填空题，共 10 小题，每空 7 分，共 70 分）

1、

设函数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin ax}{x} & x<0 \\ 6 & x=0 \\ b+3+x\sin\dfrac{1}{x} & x>0 \end{cases}$，在 $(-\infty\quad+\infty)$ 上连续，

A. $\therefore$ $f(x)$ 在 $x=0$ 连续左右极限相等

B. $\because$ $f(x)$ 在 $(-\infty\quad+\infty)$ 上连续

C. $\lim\limits_{x\to0^+}(b+3+x\sin\dfrac{1}{x}=b+3=f(0)=6$ ，$b=3$

D. $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{\sin ax}{x}=a=f(0)=6$

求、值的步骤是________.

2、求极限 $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$ 的步骤是________

A. $\because$ $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$ 是 $\infty-\infty$ 型，

B. $=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x}{2e^x+xe^x}$

C. $\therefore$ 原式 $=\lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}\right]$

D. $=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{2+x}=\dfrac{1}{2}$

3、求由方程 $e^{xy}=y-x$ 所确定的曲线在 $x=0$ 处的切线方程的步骤是________

A. $\because x=0, y=1$

B. $e^{xy}(y+xy')=y'-1$ ， $y'=\dfrac{1+ye^{xy}}{1-xe^{xy}}$

C. $\therefore k_{切}=y'|_{(0,1)}=2$

D. 故切线方程为： $y-1=2(x-0)$ ，即： $2x-y+1=0$

4、求不定积分 $\int\dfrac{1}{\sqrt[3]{3x+1}+1}dx$ 的步骤是________

A. 令 $x=\dfrac{t^3-1}{3}$ 　　原式 $=\int\dfrac{t^2}{t+1}dt$

B. $=\dfrac{1}{2}t^2-t+\ln(t+1)+C$

C. $=\int(t-1+\dfrac{1}{t+1})\,dt$

D. $=\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{(3x+1)^2}-\sqrt[3]{3x+1}+\ln(\sqrt[3]{3x+1}+1)+C$

5、求 $\int_0^{\pi}x\sin x dx$ 的步骤是________

A. $\int_0^{\pi} x\sin x dx = -\int_0^{\pi} x(\cos x)' dx$

D. $= \pi + \sin x\Big|_0^{\pi}$

C. $= -x\cos x\Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx$

B. $= \pi$

6、求微分方程$y' + \frac{1}{x}y = 3x$, 满足初值条件y(2)=5的特解的步骤是

A. $y = e^{-\int \frac{dx}{x}}(\int 3xe^{\int \frac{dx}{x}} dx)$

B. 由 y(2)=5 及 $y = \frac{1}{x}(x^3 + c)$ 得 $c = 2$

D. $= e^{-\ln x}(\int 3xe^{\ln x} dx + c) = \frac{1}{x}(\int 3x^2 dx + c) = \frac{1}{x}(x^3 + c)$

C. 特解：$y = \frac{1}{x}(x^3 + 2)$

____

7、

求微分方程 $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 0$ 在初始条件 $y|_{x=0} = 6$，$y'|_{x=0} = 2$ 下的特解

A. 特征方程 A. $r^2 - 2r - 3 = 0$ $r_1 = 3$,$r_2 = -1$

B. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-x}$

C. $y|_{x=0} = c_1 + c_2 = 6$ $y'|_{x=0} = 3c_1 - c_2 = 2$ $c_1 = 2$ $c_2 = 4$

D. $y = 2e^{3x} + 4e^{-x}$

____

8、

求曲线 $y=x^2$ 与 $y=2-x^2$ 所围图形的面积的步骤是

A. $S=4(x-\dfrac{x^3}{3})\Big|_0^1$

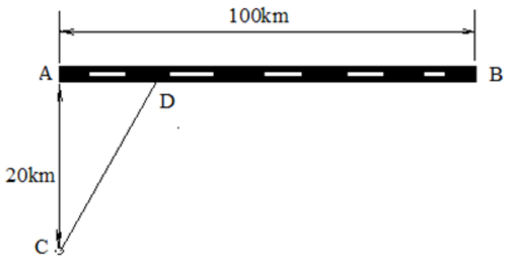
B. $S=\dfrac{8}{3}$（平方单位）

C. $S=\int_{-1}^{+1}(2-x^2-x^2)dx$

D. 求两曲线的交点坐标 $(1,1)$ 和 $(-1,1)$.

9、

铁路线上 AB 段的距离为 100km，工厂 C 距 A 处为 20km，AC 垂直于 AB（如图所示），为了运输需要，要在 AB 线上选定一点 D 向工厂修筑一条公路。已知铁路上每千米货运的运费与公路上每千米货运费之比为 3:5，为了使货物从供应站 B 运到工厂 C 的运费最省，问 D 点应选择在何处的步骤是



A. 根据题意和工程实际情况，当 $AD=15(km)$ 时，总运费为最省

B. $y'=k\left(\dfrac{5x}{\sqrt{400+x}}-3\right)$，解方程 $y'=0$，得 $x=15km$

C. 设 $AD=x(km)$，那么 $DB=100-x(km)$， $CD=\sqrt{20^2+x^2}=\sqrt{400+x^2}\,(km)$

由于铁路货运每千米的运费与公路货运每千米的运费之比为 3:5，不妨假设铁路货运每千米的运费为 $3k$，公路货运每千米运费为 $5k$（k 为某个正数）。设从 B 点到 C 点需要的总运费为 y，那么

$y=5k\cdot CD+3k\cdot DB$

即得目标函数为：

D. $y=5k\cdot\sqrt{400+x^2}+3k\cdot(100-x)\qquad(0\le x\le 100)$

现在的问题归结为：x 在 $[0,100]$ 内取何值时目标函数 y 的值最小.

————

10、

设函数 $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$ 求 $f(x)$ 的定义域、单调区间、极值、凹凸区间、拐点的步骤是（　　　　　）

A. 定义域 $x\in R$

B.

x	(-∞,-3)	-3	(-3,-1)	-1	(-1,1)	1	(1,+∞)
y'	+	0	-	-	-	0	+
y''	-	-	-		+	+	+
y	单增、凸∩	极大值 $y_{极大}(-3)=28$	单减、凸∩	拐点（-1 12）	单减、凹∪	极小值 $y_{极小}(1)=-4$	单增、凹∪

C. $f''=2x+2=0$ 　　　　$x_1=-1$

D. $f'=x^2+2x-3-0$ 　　　　$x_1=-3$ 　$x_2=1$

————