Таблица оригиналов и изображений (преобразование Лапласа)

Данный справочный материал несколько отличается от стандартной таблицы преобразования Лапласа, которую можно найти в различных источниках. По содержанию и обозначениям **таблица оптимизирована под решение конкретных практических задач** – нахождение частного решения дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом операционного исчисления, а также решения аналогичной задачи для системы ДУ.

Используемые обозначения:

$x(t), x'(t), x''(t)$ – функция, первая производная и вторая производная;

$x(0), x'(0)$ – начальные условия дифференциального уравнения;

a, b – константы;

n – целая неотрицательная степень.

Для удобства таблица содержит как преобразование Лапласа, так и обратное преобразование Лапласа:

№	**Переход от оригиналов к изображениям (прямое преобразование Лапласа L)**	**Переход от изображений к оригиналам (обратное преобразование Лапласа L^{-1})**
1.	$x(t) \overset{L}{\to} X(p)$	$X(p) \overset{L^{-1}}{\to} x(t)$
2.	$x'(t) \overset{L}{\to} pX(p) - x(0)$	*На практике вряд ли потребуется*
3.	$x''(t) \overset{L}{\to} p^2X(p) - p \cdot x(0) - x'(0)$	*На практике вряд ли потребуется*
4.	$t^n \overset{L}{\to} \frac{n!}{p^{n+1}}$ В частности: $1 \overset{L}{\to} \frac{1}{p}$ $t \overset{L}{\to} \frac{1}{p^2}$ $t^2 \overset{L}{\to} \frac{2}{p^3}$ $t^3 \overset{L}{\to} \frac{6}{p^4}$	$\frac{1}{p^n} \overset{L^{-1}}{\to} \frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}$ В частности: $\frac{1}{p} \overset{L^{-1}}{\to} 1$ $\frac{1}{p^2} \overset{L^{-1}}{\to} t$ $\frac{1}{p^3} \overset{L^{-1}}{\to} \frac{1}{2}t^2$ $\frac{1}{p^4} \overset{L^{-1}}{\to} \frac{1}{6}t^3$

Памятка по факториалам:

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2 = 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

…

№	**Переход от оригиналов к изображениям (прямое преобразование Лапласа L)**	**Переход от изображений к оригиналам (обратное преобразование Лапласа L^{-1})**
5.	$t^n e^{at} \xrightarrow{L} \frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$ В частности: $e^{at} \xrightarrow{L} \frac{1}{p-a}$ $te^{at} \xrightarrow{L} \frac{1}{(p-a)^2}$ $t^2 e^{at} \xrightarrow{L} \frac{2}{(p-a)^3}$ $t^3 e^{at} \xrightarrow{L} \frac{6}{(p-a)^4}$ …	$\frac{1}{(p-a)^n} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$ В частности: $\frac{1}{p-a} \xrightarrow{L^{-1}} e^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^2} \xrightarrow{L^{-1}} te^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^3} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{2} t^2 e^{at}$ $\frac{1}{(p-a)^4} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{6} t^3 e^{at}$ …
6.	$\sin bt \xrightarrow{L} \frac{b}{p^2+b^2}$	$\frac{1}{p^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{b} \sin bt$
7.	$\cos bt \xrightarrow{L} \frac{p}{p^2+b^2}$	$\frac{p}{p^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \cos bt$
8.	$t \sin bt \xrightarrow{L} \frac{2pb}{(p^2+b^2)^2}$	$\frac{p}{(p^2+b^2)^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{2b} t \sin bt$
9.	$t \cos bt \xrightarrow{L} \frac{p^2-b^2}{(p^2+b^2)^2}$	$\frac{p^2-b^2}{(p^2+b^2)^2} \xrightarrow{L^{-1}} t \cos bt$
10.	$e^{at} \sin bt \xrightarrow{L} \frac{b}{(p-a)^2+b^2}$	$\frac{1}{(p-a)^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{1}{b} e^{at} \sin bt$
11.	$e^{at} \cos bt \xrightarrow{L} \frac{p-a}{(p-a)^2+b^2}$	$\frac{p-a}{(p-a)^2+b^2} \xrightarrow{L^{-1}} e^{at} \cos bt$